#### DOI: 10.25558/VOSTNII.2021.88.38.008

УДК 622.272:516.02

© С.В. Черданцев, П.А. Шлапаков, С.И. Голоскоков, Д.Н. Батраков, В.В. Колыхалов, С.А. Хаймин, 2021

С.В. ЧЕРДАНЦЕВ

д-р техн. наук, главный научный сотрудник AO «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово e-mail: svch01@yandex.ru



#### П.А. ШЛАПАКОВ

канд. техн. наук, заведующий лабораторией АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово e-mail: shlapak1978@mail.ru



#### С.И. ГОЛОСКОКОВ

канд. техн. наук, заведующий лабораторией AO «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово e-mail: s.goloskokov@nc-vostnii.ru



#### Д.Н. БАТРАКОВ

заведующий лабораторией AO «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово e-mail: vostnii-bvr@yandex.ru



#### В.В. КОЛЫХАЛОВ

старший научный сотрудник AO «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово e-mail: X77kem@mail.ru



# С.А. ХАЙМИН

старший научный сотрудник AO «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово e-mail: hsa007@mail.ru



# РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛАМЕНИ В МЕТАНОВОЗДУШНЫХ ПОТОКАХ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК

Процессы горения и детонации газо- и пылегазовоздушных смесей в рудничной атмосфере, возникающие при эксплуатации угольных шахт относятся к категории особо опасных аварий. В этой связи экспериментальные и теоретические исследования, направленные на разработку физических и математических моделей, описывающих процессы горения и детонации в атмосфере горных выработок, являются, безусловно, актуальными. В данной статье на базе допущений об идеальности исходных газовых реагентов и продуктов реакции предпринята попытка построения математической модели горения метановоздушной смеси в турбулентном режиме с учетом кинетики химической реакции исходных реагентов и вероятностных процессов, сопровождающих турбулентные течения. В ходе реализации разработанной модели в статье получена формула для вычисления скорости турбулентного распространения пламени и выполнены вычислительные процедуры.

Ключевые слова: ГОРНЫЕ ВЫРАБОТКИ, ГАЗОВОЗДУШНЫЕ СМЕСИ, УРАВНЕНИЯ НЕ-РАЗРЫВНОСТИ, ИМПУЛЬСОВ И ЭНЕРГИИ, ФРОНТ ГОРЕНИЯ, ЛАМИНАРНОЕ И ТУРБУЛЕНТНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПЛАМЕНИ, ПЛОТНОСТЬ ВЕРОЯТНОСТИ, ЗАКОН АРРЕНИУСА.

# ВВЕДЕНИЕ

Разработка угольных месторождений подземным способом, как правило, сопровождается проявлением негативных факторов, нарушающих ритмичную работу и безопасность угольных предприятий. К негативным факторам, в первую очередь, относятся газои пылегазовоздушные смеси, образующиеся в результате смешивания метана и угольной пыли с воздушными потоками в атмосфере горных выработок. Поскольку углеродосодержащие смеси предрасположены к химическому реагирования, то при наличии источников зажигания в рудничной атмосфере возникают процессы горения, нередко переходящие в детонацию.

Исследования процессов горения в газои пылегазовоздушных смесях начались уже сравнительно давно и успешно продолжаются в последнее время, однако единая теория горения еще не разработана в полном объеме. Вместе с тем библиография по этой тематике весьма обширна, но посвящена она, главным образом, процессам зажигания и горении в специальных энергетических агрегатах и установках с целью получения энергии и ее дальнейшему использованию в различных целях. Процессы зажигания и горения газо- и пылегазовоздушных смесей в атмосфере горных выработок менее изучены. В отличие от энергетических агрегатов и установок, горные выработки представляют собой специфические области, горение смесей в которых происходит, главным образом, в направленных газовоздушных потоках.

Здесь мы сделаем небольшой обзор работ по горению и детонации, опубликованных в периодической печати. Так, в статье [1] предложена модель реагирующей газовзвеси, учитывающая процессы окисления и горения частиц. Обсуждены условия, при которых в смеси реализуется режим нормальной и пересжатой детонации. Получена зависимость для определения скорости детонации в реагирующей газовзвеси, позволяющая находить параметры детонации в не полностью прореагирующей смеси.

В работах [2–4] рассмотрены модели ламинарного распространения пламени в мелкодисперсных пылях, частицы которых горят в диффузионном режиме. В работе [2] доказано, что нормальная скорость пламени возрастает с уменьшением размера частиц и увеличением концентрации горючего и окис-

лителя. В работе [3] авторы учитывают кондуктивную и радиационную теплопередачи в волне горения, различие температур и скоростей твердой и газовой фаз. Получено аналитическое выражение для нормальной скорости пламени, описывающее ее зависимость от концентраций горючего и окислителя, и размера частиц. Проведена оценка относительной роли радиационной теплопередачи и седиментации частиц во взвеси. В работе [4] экспериментально исследована скорость ламинарного пламени в пылевых облаках в зависимости от физико-химических параметров и гидродинамических условий процесса горения. Установлено, что преимущественный вклад в общий теплоперенос в волне горения вносит кондуктивная теплопроводность. Экспериментально изучены основные причины нестабильности ламинарного пламени, переходные явления и закономерность вибрационного и турбулентного горения пыли.

В работе [5] обсуждены возможные сценарии воспламенения и развития взрыва в шахтах. Экспериментально показана принципиальная возможность полного гашения детонации и горения с помощью завесы из инертных частиц. Учитывая сложность процесса гашения сформировавшейся детонации, рекомендуется сосредоточить внимание на начальной стадии воспламенения метановоздушной смеси, когда можно добиться эффективного гашения очага возгорания применением методов современного автоматического контроля и управления с четким пространственно-временных выполнением требований.

В статье [6] проанализированы числовые значения и функция, определяющие условия зажигания микрогетерогенных пылегазовоздушных смесей в горных выработках. Вычислена критическая температура зажигания смесей и выявлены закономерности влияния на температуру зажигания ряда параметров смесей.

В статьях [7, 8] показано, что наименьшая длина зоны выгорания грубодисперсных пылегазовоздушных смесей имеет место в режиме низкотемпературного горения при стехиометрическом соотношении M = 0,75 с образованием только окиси углерода, а наибольшая длина зоны выгорания характерна при горении с образованием двуокиси углерода при стехиометрическом соотношении M = 0,325. Установлено влияние различных параметров смесей на время их выгорания. Выполнен анализ числовых значений и функций, определяющих время выгорания грубодисперсных пылегазовоздушных смесей. Выявлены условия, при которых горение грубодисперсных пылегазовоздушных смесей происходит в различных режимах горения.

В работе [9] установлено, что процесс горения мелкодисперсных пылегазовоздушных смесей в диффузионной области имеет место только в том случае, если концентрация реагирующего газа в зоне горения изменяется экспоненциально.

В статье [10] обсуждены условия протекания различных режимов горения мелкодисперсных пылегазовоздушных смесей в атмосфере горных выработок, имеющих зоны подвода теплоты от находящихся поблизости очагов самонагревания. Получены формулы, характеризующие изменения скоростей, давлений, плотностей, пылегазовоздушного потока, пересекающего зону подвода теплоты. Построены графики, на базе которых обнаружены некоторые закономерности протекания процесса горения смесей в режимах дефлаграции и детонации.

Авторы [11] пришли к выводу, что наиболее вероятной причиной возникновения аварий на пологих угольных пластах является воспламенение метановоздушной смеси и последующие за этим взрывы в выработанном пространстве, которые инициируются очагами самонагревания угля. При этом горящий газ выносится взрывной волной в очистной забой и в прилегающие горные выработки, что может вызвать детонационные процессы в угольной пыли.

В статье [12] получены нижние пределы непрерывной детонации по удельному расходу смеси для некоторых горючих составов, а также по массовой доле водорода в составе горючего метан/водород. Обнаружено нару-

шение регулярности структуры волн непрерывной детонации и их скорости с уменьшением доли водорода в двухкомпонентном горючем.

В работе [13] проведены результаты измерения массовой скорости при выходе детонационной волны на границу раздела порошкового взрывчатого вещества и инертного окна из оргстекла. Получены профили химпиков и выявлен неклассический механизм распространения волны взрывного горения.

Ламинарному распространению пламени посвящено существенно больше работ, чем распространению пламени в турбулентном режиме. Однако ламинарное пламя встречается относительно редко и не имеет такого практического значения, как турбулентное горение в промышленных топках, камерах сгорания газовых турбин и ракет. Повышение скорости распространения пламени, связанное с турбулентностью, приводит к интенсификации процесса горения, и в этом заключается основная особенность турбулентного распространения пламени. Другая особенность состоит в том, что процесс турбулентного горения принципиально не может протекать стационарно.

Турбулентное течение можно понимать как беспорядочное течение, параметры которого изменяются как во времени, так и в пространстве, причем эти параметры в статистическом смысле являются случайными величинами [14, 15]. Последнее обстоятельство имеет принципиальное значение, т. к. рассмотрение турбулентного процесса с помощью представлений лишь механики жидкости и газа практически невозможно.

Кроме более высокой скорости распространения пламени турбулентное горение характеризуется еще наличием шума и большей толщиной фронта, границы которого расплывчаты вследствие пульсаций скорости горения. Понятие поверхности пламени становится более сложным, и в этой связи усложняется понятие турбулентной скорости распространения пламени *и*,.

Несмотря на многолетние исследования

процесса турбулентного горения, его механизм изучен еще недостаточно, поскольку пока не ясны исходные положения и не получены уравнений для его описания, в силу чего строго завершенной теории турбулентного горения пока не существует. Поэтому при сопоставлении теоретических расчетов и экспериментальных данных турбулентного горения часто встречаются противоречия, которые еще до сих пор не объяснены.

Данная статья является попыткой построить частную математическую модель, пригодную для вычисления ряда параметров одномерного турбулентного горения.

# ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЕЕ РЕШЕНИЕ

Для построения математической модели турбулентного горения воспользуемся схемой горения газовоздушных смесей, основанной на предположении, что химическая реакция горения реализуется внутри определенной зоны, называемом фронтом реакции, толщина которого мала по сравнению с остальными размерами области течения.

В этой схеме химическая реакция учитывается только количеством теплоты, которое выделяется при сгорании смеси и подводится к фронту реакции. Механизм же процесса горения обусловлен процессами теплопроводности и диффузии [14–16], первый из которых заключается в непрерывном подогреве последовательных слоев смеси до температуры зажигания, а второй обеспечивает перенос теплоты к фронту горения, в результате чего продукты сгорания смешиваются с еще не сгоревшей смесью. При этом свежая смесь поступает к фронту горения со скоростью, составляющей от нескольких сантиметров до нескольких метров в секунду.

Описанная схема горения газовоздушных смесей представляет собой процесс ламинарного горения, на базе которого мы будем строить модель турбулентного горения.

Известно, что для описания движения фронта ламинарного горения [14, 15] используют классические уравнения газовой динамики [17, 18]: уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} = 0, \qquad (1)$$

и уравнение движения в форме Эйлера

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \qquad (2)$$

где x — координата, направленная вдоль оси выработки, t — время,  $\rho$ , p — плотность и давление газовоздушной смеси, u — ее скорость.

В дополнение к уравнениям неразрывности и движения добавим уравнение теплопроводности, вытекающее из закона сохранения энергии. Согласно этому закону количество тепла  $Q_3$ , затрачиваемое на изменение температуры рассматриваемой области равно притоку тепла  $Q_2$  за счет тепловых источников  $\Phi$  внутри области и расходу тепла  $Q_1$  за счет выходящего теплового потока, т. е.

$$Q_2 - Q_1 = Q_3. (3)$$

Известно, что в одномерной области величины  $Q_1$ ,  $Q_2$  определяются по формулам [18]:

$$Q_1 = \int_{t_1}^{t_2} \int_{0}^{L} \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dt , \quad Q_2 = \int_{t_1}^{t_2} \int_{0}^{L} \Phi dx dt , \quad (4)$$

где L — длина рассматриваемой области,  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности, T — температура внутри области, измеряемая в градусах по Кельвину.

Величину  $Q_3$  в равенстве (3) определим следующим образом. На бесконечно малое изменение температуры dT бесконечно малой массы смеси dm в окрестности произвольной точки M(x) за промежуток времени dt нужно затратить количества теплоты, определяемое по формуле:

$$dQ_3 = c_v dm dT, (5)$$

где  $c_{_{v}}$  — удельная теплоемкость смеси при постоянном объеме.

Учитывая, что  $dm = \rho dx$ , а dT является полным дифференциалом

$$dT = \frac{\partial T}{\partial t}dt + \frac{\partial T}{\partial x}dx,$$

и интегрируя (5) по рассматриваемой области горения (0; L) за промежуток времени ( $t_1$ ,  $t_2$ ), получаем количества теплоты  $Q_3$ :

$$Q_3 = \int_{t_1}^{t_2} \int_{0}^{L} c_{\nu} \rho \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial x} u \right) dx dt.$$
 (6)

Подставляя формулы (4) и (6) в равенство (3) и учитывая, что  $L \neq 0$ ,  $t_1 \neq t_2$ , приходим к уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + c_{\nu} \rho \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial x} u \right) + \Phi = 0. \quad (7)$$

В теплофизических расчетах, как правило, используется удельная теплоемкостью смеси при постоянном давлении  $c_p$ , которая связана с теплоемкостью  $c_v$  соотношением [19]:

$$c_p - c_v = R, (8)$$

где R — универсальная газовая постоянная.

Подставив в уравнение (7) вместо  $c_{\nu}$  его выражение из (8) и учитывая закон Менделеева–Клапейрона [16–18]

$$p = \rho RT \,, \tag{9}$$

после выполнения преобразований, получим уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) - c_p \rho \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) + 
+ \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + \Phi = 0,$$
(10)

выражающее закон сохранения энергии и определяющее температурное поле в горящей газовоздушной смеси. Для получения частного решения уравнения (10) искомая функция T должна удовлетворять граничным условиям:

при 
$$x = -\infty$$
:  $t = t_a$ ,  $T = T_a$ , при  $x = +\infty$ :  $t = t_e$ ,  $T = T_e$ , (11)

где индексами *а* и *е* обозначены параметры соответственно начального и конечного состояния смеси.

Поскольку тепловым источником явля-

ется процесс горения смеси в рассматриваемой области, то интенсивность источника  $\Phi$  может быть выражена через скорость реакции W [14, 20]:

$$\Phi = QW, \tag{12}$$

где W задается кинетическим законом протекания реакции; Q — выделившееся в результате реакции количество теплоты на единицу массы.

В дополнение к уравнениям (1), (2) и (10) составим еще одно уравнение, описывающее поле концентраций реагирующих компонентов. Для этого воспользуемся принципом подобия температурного и концентрационного полей [14, 15], согласно которому уравнение концентраций можно получить из уравнения теплопроводности (10), выполнив в нем следующие замены:

$$T \to \omega$$
,  $\lambda \to \rho \omega_B$ ,  $c_p \to 1$ .

В силу сказанного, уравнение, описывающее поле концентраций, представляется в виде:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \rho D \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) - \rho \left( \frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} - W = 0, \tag{13}$$

частное решение которого должно подчиняться следующим граничным условиям:

при 
$$x = -\infty$$
:  $t = t_a$ ,  $\omega = \omega_a$ , при  $x = +\infty$ :  $t = t_e$ ,  $\omega = \omega_e = 0$ . (14)

Если число Льюиса Le, представляющее отношение коэффициента температуропроводности смеси  $a = \lambda/(c_p \rho)$  к коэффициенту ее диффузии D равно единице, то получается подобие между полями температур и концентраций в турбулентном пламени [14, 15].

Пренебрегая изменением давления в пламени и полагая его постоянной величиной, уравнение (2) можно исключить из рассмотрения, а ограничиться только уравнениями неразрывности (1) и энергии (10). При этом уравнение энергии при p = const с помощью уравнения неразрывности (1) и уравнения

Менделеева Клапейрона (9) преобразуем к виду

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \rho T \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{QW}{c_p} = 0. \quad (15)$$

Заменив в полученном уравнении значения  $\rho \to \rho_a$ ,  $T \to T_a$ , придем к следующему уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \rho_a T_a \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{QW}{c_p} = 0, \quad (16)$$

описывающему мгновенное состояние в пламенной зоне.

В турбулентном потоке это состояние обычно колеблется около некоторого среднего значения, поэтому для плотности, температуры и скорости можно записать:

$$T = \overline{T} + T', \ \rho = \overline{\rho} + \rho', \ u = \overline{u} + u',$$
 (17)

где черта над символом означает среднюю величину, а штрих — пульсацию величины в некоторой точке турбулентной зоны. Тогда плотность газовоздушного потока в соответствии с соотношениями (17) представляется в следующем виде:

$$\rho u = (\overline{\rho} + \rho')(\overline{u} + u') =$$

$$= \overline{\rho} \cdot \overline{u} + \overline{\rho} u' + \rho' \overline{u} + \rho' u'. \tag{18}$$

Мгновенные величины не представляют интереса, гораздо более важными являются осредненные во времени величины, которые поддаются измерению, а, следовательно, описывают квазистационарное распространение пламени, в силу чего:

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} = 0. \tag{19}$$

Далее в уравнениях течения отделим друг от друга средние и пульсирующие значения в соответствии с соотношениями (17) и затем выполним процедуру осреднения по времени, при проведении которой учтем следующие условия:

при 
$$x = -\infty$$
:  $\rho' = 0$ ,  $\overline{\rho} = \rho_a$ ,  $u' = 0$ ,  $\overline{u} = u_t$ . (20)

С учетом условий (20) формула (18) существенно упрощается:

$$\rho u = \overline{\rho} \cdot \overline{u} \tag{21}$$

и, следовательно, уравнение неразрывности (1) для осредненных величин принимает вид:

$$\frac{\partial(\overline{\rho}\overline{u})}{\partial x} = 0,$$

откуда с учетом условий (20), имеем

$$\overline{\rho} \cdot \overline{u} = \rho_a u_t = \text{const}. \tag{22}$$

Выполняя процедуру осреднения по времени величин, входящих в (16) получаем уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\overline{\lambda}}{c_p} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x} \right) - \rho_a T_a \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \frac{Q \overline{W}}{c_p} = 0, \quad (23)$$

частное решение которого должно удовлетворять следующим граничным условиям:

$$x = -\infty: \ \overline{T} = T_a, \ \overline{u} = u_t,$$
 
$$x = +\infty: \ \overline{T} = T_e, \ \overline{u} = \overline{u}_e.$$

Если предположить, что скорость реакции W зависит только от температуры T и от начальной концентрации  $\omega_a$ , то ее осредненное по времени значение мы можем вычислить по формуле:

$$\overline{W}(T, \omega_a) = \overline{W}(x) = \int_{T_a}^{T_e} W \cdot p(T, x) dT$$
, (24)

где p(T, x) — плотность вероятности, т. е. вероятность достижения температуры T в некоторой точке x зоны реакции.

Если подставить (24) в уравнение энергии (23), то после интегрирования в интервале от  $x = -\infty$  до  $x = +\infty$  получим:

$$\rho_a T_a(\overline{u}_e - u_t) = \frac{Q}{c_p} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{T_a}^{T_e} W \cdot p(T, x) dT dx$$
 (25)

при условии, что на границах области имеет место условие:

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial x} = 0.$$

Подставив в равенство (22) вместо  $\rho_a$  и  $\rho_e$  их выражения из уравнения Менделеева-Клапейрона (9) при  $p_a = p_e = p$  = const, после преобразования получим соотношение между скоростями:

$$\overline{u}_e = \frac{T_e}{T_a} u_t,$$

с учетом которого формула (25) преобразуется к виду:

$$\rho_a u_t(T_e - T_a) = \frac{Q}{c_p} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{T_a}^{T_e} W \cdot p(T, x) dT dx,$$

откуда находим скорость турбулентного горения

$$u_t = \frac{Q}{\rho_a c_p (T_e - T_a)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{T_a}^{T_e} W \cdot p(T, x) dT dx . \quad (26)$$

Подлежащую определению плотность вероятности p(T, x) удобнее заменить плотностью вероятности  $p(T_R, x)$ , где величина  $T_R$  является температурой, при которой скорость протекания реакции горения максимальна. Поэтому плотность вероятности  $p(T_R, x)$  является функцией только x, в силу чего двойной интеграл в формуле (26) можно представить в виде произведения двух определенных интегралов:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{T_a}^{T_e} W \cdot p(T, x) dT dx =$$

$$= \int_{-0.5\delta_{Rt}}^{0.5\delta_{Rt}} p(T_R, x) dx \cdot \int_{T_a}^{T_e} W \cdot dT, \qquad (27)$$

где  $\delta_{Rt}$  — представляет собой толщину турбулентной зоны горения (рис. 1), внутри которой может появиться температура  $T_R$ . Величина  $\delta_{Rt}$  по данным экспериментальных исследований в  $10 \div 100$  раз больше толщины ламинарной зоны горения [16] и, следовательно, величина  $\delta_{Rt}$  составляет 1,5 ÷ 15 мм.

Обозначая в формуле (27)

$$I_1 = \int_{-0.5\delta_{Rt}}^{0.5\delta_{Rt}} p(T_R, x) dx,$$

$$I_2 = \int_{T_a}^{T_e} W \cdot dT, \qquad (28)$$

перепишем формулу (26) следующим образом:

$$u_{t} = \frac{Q \cdot I_{1} \cdot I_{2}}{\rho_{a} c_{p} (T_{e} - T_{a})}.$$
 (29)

Анализируя первый интеграл в формуле (28), замечаем, что он представляет собой вероятность появления температуры  $T_{\scriptscriptstyle R}$  на

рассматриваемом интервале. Для вычисления этого интеграла необходимо знать закон распределения плотности вероятности  $p(T_R, x)$ , в качестве которого, на наш взгляд, следует использовать нормальный закон Гаусса [21]:

$$p(T_R, x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$
 (30)

где  $\sigma$ , a — постоянные величины, определяемые условиями турбулентного горения газовоздушной смеси с заранее известными характеристиками (рис. 1).

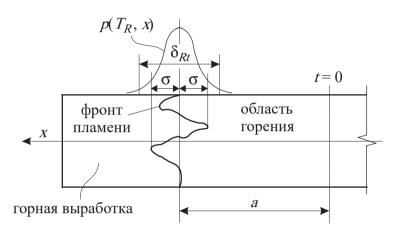


Рис. 1. Геометрические характеристики турбулентного горения газовоздушной смеси

Второй интеграл в формуле (28) определяется только скоростью W протекания химической реакции горения, для вычисления которой представим её как произведение двух функций, одна из которых зависит только от температуры W(T), а другая — только от концентрации W(c) [20]:

$$W = W(T) \cdot W(c), \tag{31}$$

Функция W(T), как правило, описывается законом Аррениуса [14, 20]:

$$W(T) = k_0 e^{-E/RT},$$
 (32)

где  $k_{\scriptscriptstyle 0}$  — предэкспоненциальный множитель; E — энергия активации, представляющая собой количество энергии, которое необходимо для протекания реакции; R — универсальная газовая постоянная.

Функция W(c) описывается степенной зависимостью вида [14, 20]:

$$W(c) = c_A^{n_A} \cdot c_B^{n_B} \dots = \prod_i c_i^{n_i},$$
 (33)

где показатели степени  $n_A$ ,  $n_B$ ,...,  $n_i$  называют частными порядками реакции соответственно по реагентам A, B и т. д.,  $c_A$ ,  $c_B$ ,... — молярные концентрация реагентов, участвующих в реакции. Показатели  $n_A$ ,  $n_B$ ,... — представляют собой число частиц реагентов A, B,... участвующих в реакции. Общий порядок реакции равен  $n = n_A + n_B + \dots$ 

Если, например, в рудничной атмосфере протекает реакция горения метана, то ее мы можем описать следующим термохимическим уравнением [20]:

$$CH_4 + 2O_2 = CO_2 + 2H_2O + 880$$
 кДж. (34)

Анализируя реакцию (34), замечаем, что в ней участвует одна молекула метана и две молекулы кислорода. Следовательно,  $n_A = 1$ ,  $n_B = 2$  и поэтому по метану порядок реакции первый, по кислороду — второй, а общий порядок n = 3 и поэтому функция W(c) представляется в виде:

$$W(c) = c_A \cdot c_B^2. \tag{35}$$

Поскольку газы, участвующие в реакции (34), являются идеальными, находим молярные концентрации метана и кислорода по формулам [12]:

$$c_A = \frac{\rho_{Aa} m_A}{M_A}, c_B = \frac{\rho_{Ba} m_B}{M_B},$$
 (36)

где  $M_A$  = 16 г/моль,  $M_B$  = 32 г/моль — молярные массы соответственно метана и кислорода;  $\rho_{Aa}$ ,  $\rho_{Ba}$  — их плотности при температуре  $T_a$ ;  $m_A$ ,  $m_B$  — относительные массы метана и кислорода в термохимическом уравнении (34).

Подставляя формулы (32) и (35) в равенство (31), имеем

$$W = k_0 c_A c_B^2 \cdot e^{-E/RT}, \tag{37}$$

причем в зоне реакции функцию *E/RT* можно разложить в ряд Тэйлора, как это сделано в [14]:

$$e^{-\frac{E}{RT}} \approx e^{-\frac{E}{RT_e}} \cdot e^{-\frac{E}{RT_e^2}} \theta \tag{38}$$

где  $\theta = T_e - T$ .

Если в зоне химической реакции коэффициент диффузии D равен коэффициенту температуропроводности a, то имеет место подобие температурных и концентрационных полей, что может быть выражено с помощью равенства [14, 15]

$$\frac{\omega_{Aa} - \omega_A}{\omega_{Aa}} = \frac{\omega_{Ba} - \omega_B}{\omega_{Ba}} = \frac{T - T_a}{T_e - T_a}.$$
 (39)

где  $\omega_A = \rho_A/\rho$ ,  $\omega_B = \rho_B/\rho$ ,  $\omega_{Aa} = \rho_{Aa}/\rho$ ,  $\omega_{Ba} = \rho_{Ba}/\rho$  — соответственно текущие значения относительной массовой концентрации метана и кислорода и их значения в начале процесса.

Из равенства (39) находим:

$$\omega_{A} = \frac{T_{e} - T}{T_{e} - T_{a}} \cdot \frac{\rho_{Aa}}{\rho} = \frac{T_{e} - T}{T_{e} - T_{a}} \cdot \frac{p_{Aa} / RT_{Aa}}{p / RT},$$

$$\omega_{B} = \frac{T_{e} - T}{T_{e} - T_{a}} \cdot \frac{\rho_{Ba}}{\rho} = \frac{T_{e} - T}{T_{e} - T_{a}} \cdot \frac{p_{Ba} / RT_{Ba}}{p / RT}. \quad (40)$$

Учитывая, что если полное давление и средняя молярная масса не меняются, а относительную концентрацию можно выразить через молярные концентрации  $c_A$ ,  $c_{Aa}$ ,  $c_B$ ,  $c_{Ba}$ , то из формулы (40) получаем:

$$c_{A} = \frac{T_{a}}{T} \cdot \frac{T_{e} - T}{T_{e} - T_{a}} c_{Aa} = \frac{T_{a}}{T_{e} - T_{a}} \cdot \frac{\theta}{T_{e}} c_{Aa},$$

$$c_{B} = \frac{T_{a}}{T} \cdot \frac{T_{e} - T}{T_{e} - T_{a}} c_{Ba} = \frac{T_{a}}{T_{e} - T_{a}} \cdot \frac{\theta}{T_{e}} c_{Ba}. \tag{41}$$

И тогда формула (37) принимает вид:

$$W = k_0 c_{Aa} c_{Ba}^2 \left( \frac{T_e - T}{T_e - T_a} \right)^3.$$

$$\cdot \left( \frac{T_a}{T} \right)^3 e^{-\frac{E}{RT_e}} \cdot e^{-\frac{E}{RT_e^2}} \theta. \tag{42}$$

Для вычисления скорости  $u_t$  в статье приняты следующие исходные данные: R=8,314 Дж/(моль·К);  $k_0=3,5\cdot10^3$  с<sup>-1</sup>; E=133  $10^3$  Дж/моль;  $Q=55\cdot10^6$  Дж/(кг·К);  $\rho_{Aa}=0,6682$  кг/м³;  $\rho_{Ba}=1,225$  кг/м³;  $c_p=2,252\cdot10^3$  Дж/(кг·К);  $T_a=300$  °K;  $T_e=1970$  °K;  $\delta_{Rt}=5\cdot10^{-3}$  м; a=8;  $\sigma=3$ .

Вычислительные процедуры начнем с вычисления первого интеграла (28), который оказался равным  $I_1 = 4 \cdot 10^{-3}$ . Далее вычислим молярные концентрации по формулам (36), в которых принимаем плотности метана и кислорода, равными  $\rho_{Aa}$ ,  $\rho_{Ba}$  и тогда  $c_{Aa} = 0,014$  моль/г,  $c_{Ba} = 0,03$  моль/г. Найденные значения  $c_{Aa}$ ,  $c_{Ba}$  подставляем в формулу (42), а затем вычисляем по второй формуле (28) интеграл  $I_2 = 93,924$ . Найденные интегралы и заданные исходные данные подставляем в формулу (29) и вычисляем скорость распространения турбулентного пламени  $u_* = 8,223$  м/с.

# ВЫВОДЫ

Построена математическая модель турбулентного горения метановоздушной смеси. В ходе ее реализации получены формулы, на базе которых выполнены вычислительные процедуры и определена скорость распространения турбулентного пламени для конкретных параметров метановоздушной смеси.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Медведев А.Е., Федоров А.В., Фомин В.М. Описание воспламенения и горения смесей газа и твердых частиц методами механики сплошной среды // Физика горения и взрыва. 1984.  $\mathbb{N}^2$  2. С. 3–9.
- 2. Сидоров А.Е., Шевчук В.Г. Ламинарное пламя в мелкодисперсных пылях // Физика горения и взрыва. 2011. № 5. С. 24–28.
- 3. Сидоров А.Е., Шевчук В.Г. Кондуктивно-радиационная модель ламинарного пламени в пылях // Физика горения и взыва. 2013. № 3. С. 3–10.
- 4. Шевчук В.Г., Кондратьев Е.Н., Золотко А.Н., Сидоров А.Е., Опарин А.С. Волновые режимы горения пыли // Физика горения и взрыва. 2014. № 1. С. 90–96.
- 5. Vasilev A.A., Pinaev A.V., Trubisyn A.A., Crachev A.Y., Trotsyuk A.V., Fomin P.A., Trilis A.V. What is burning in coal mines: methane or coal dust? // Combustion, Explosion, and Shock Waves. 2017. Vol. 53. Issue 1. P. 8–14.
- 6. Черданцев С.В., Ли Хи Ун, Филатов Ю.М., Шлапаков П.А. Определение критической температуры зажигания микрогетерогенных пылегазовоздушных смесей в горных выработках // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2018. № 1. С. 117–125.
- 7. Черданцев С.В., Ли Хи Ун, Филатов Ю.М., Шлапаков П.А. Анализ процесса выгорания грубодисперсных пылегазовоздушных смесей, движущихся в воздушных потоках горных выработок // Химическая физика и мезоскопия. 2017. № 4. С. 513–523.
- 8. Черданцев С.В., Ли Хи Ун, Филатов Ю.М., Шлапаков П.А. Влияние параметров грубодисперсных пылегазовоздушных смесей на время их выгорания в горных выработках угольных шахт // Уголь. 2018. № 1. С. 44–49.
- 9. Черданцев С.В., Филатов Ю.М., Шлапаков П.А. Режимы диффузионного горения пылегазовоздушных смесей в атмосфере горных выработок // Уголь. 2020. № 2. С. 27–32.
- 10. Черданцев С.В., Шлапаков П.А., Шлапаков Е.А., Лебедев К.С., Ерастов А.Ю. Теплофизические и газодинамические условия протекания процессов дефлаграции и детонации в пылегазовоздушных потоках горных выработок вблизи очагов самонагревания // Химическая физика и мезоскопия. 2019. № 2. С. 179–189.
- 11. Kurlenya M.V., Skritsky V.A. Methane Explosions and Causes of Their Origin in Highly Productive Sections of Coal Mines // Journal of Mining Science. 2017. Vol. 53. Issue 5. P. 861–867.
- 12. Bykovskii F.A., Zhdan S.A., Vedernikov E.F. Continuous detonation of methane/hydrogenair mixtures in an annular cylindrical combustor // Combustion, Explosion, and Shock Waves. 2018. Vol. 54. Issue 4. P. 472–481.
- 13. Ershov A.P., Rubtsov I.A. Detonation of low-density explosives // Combustion, Explosion, and Shock Waves. 2019. Vol. 55. No. 1. P. 114–120.
- 14. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987. 502 с.
  - 15. Бартльме Ф. Газодинамика горения. М.: Энергоиздат, 1981. 280 с.
  - 16. Щелкин К.И., Трошин Я.К. Газодинамика горения. М.: АН СССР, 1963. 250 с.
- 17. Рахматуллин Х.А., Сагомонян А.Я., Бунимович А.И., Зверев Н.Н. Газовая динамика. М.: Высшая школа, 1965. 723 с.

- 18. Овсянников Л.В. Лекции по основам газовой динамики. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 336 с.
  - 19. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979. 416 с.
- 20. Денисов Е.Т., Саркисов О.М., Лихтенштейн Г.И. Химическая кинетика: Учебник для вузов. М.: Химия, 2000. 568 с.
- 21. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. Учебное пособие для втузов. М.: Высшая школа, 2000. 480 с.

#### DOI: 10.25558/VOSTNII.2021.88.38.008

UDC 622.272:516.02

© S.V. Cherdantsev, P.A. Shlapakov, S.I. Goloskokov, D.N. Batrakov, V.V. Kolykhalov, S.A. Khaymin, 2021

#### S.V. CHERDANTSEV

Doctor of Engineering Sciences, Leading Researcher JSC «NC VostNII», Kemerovo e-mail: svch01@yandex.ru

#### P.A. SHLAPAKOV

Candidate of Engineering Sciences, Head of Laboratory JSC «NC VostNII», Kemerovo e-mail: shlapak1978@mail.ru

#### S.I. GOLOSKOKOV

Candidate of Engineering Sciences, Head of Laboratory JSC «NC VostNII», Kemerovo e-mail: s.goloskokov@nc-vostnii.ru

# D.N. BATRAKOV

Head of Laboratory
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e-mail: vostnii-bvr@yandex.ru

#### V.V. KOLYKHALOV

Senior Research Associate JSC «NC VostNII», Kemerovo e-mail: X77kem@mail.ru

#### S.A. KHAYMIN

Senior Research Associate JSC «NC VostNII», Kemerovo e-mail: hsa007@mail.ru

# TO THE QUESTION OF CONSTRUCTING A MATHEMATICAL MODEL OF TURBULENT FLAME PROPAGATION IN METHANE AIR STREAMS OF MINES

The processes of combustion and detonation of gas and dust-gas-air mixtures in the mine atmosphere arising during the operation of coal mines are classified as especially dangerous accidents. In this regard, experimental and theoretical studies aimed at developing physical and mathematical models describing the processes of combustion and detonation in the atmosphere of mining are certainly relevant. In this article, on the basis of assumptions about the ideality of initial gas reagents and reaction products, an attempt was made to build a mathematical model of combustion of a methane-air mixture in a turbulent mode, taking into account the kinetics of the chemical reaction of the initial reagents and probabilistic processes accompanying turbulent flows. During the implementation of the developed model, the article received a formula for calculating the rate of turbulent flame propagation and performed computational procedures.

Keywords: MINING WORKINGS, GAS-AIR MIXTURES, EQUATIONS OF CONTINUITY, PULSES AND ENERGY, COMBUSTION FRONT, LAMINAR AND TURBULENT FLAME PROPAGATION, PROBABILITY DENSITY, ARRHENIUS LAW.

#### REFERENCES

- 1. Medvedev A.E., Fedorov A.V., Fomin V.M. Description of ignition and combustion of mixtures of gas and solid particles by methods of continuum mechanics // Physics of Combustion and Explosion [Fizika goreniya i vzryva]. 1984. No. 2. P. 3–9. [In Russ.].
- 2. Sidorov A.E., Shevchuk V.G. Laminar flame in fine dust // Physics of Combustion and Explosion [Fizika goreniya i vzryva]. 2011. No. 5. P. 24–28. [In Russ.].
- 3. Sidorov A.E., Shevchuk V.G. Conducted-radiation model of laminar flame in dust // Physics of Combustion and Explosion [Fizika goreniya i vzryva]. 2013. No. 3. P. 3–10. [In Russ.].
- 4. Shevchuk V.G., Kondratyev E.N., Zolotko A.N., Sidorov A.E., Oparin A.S. Wave modes of dust combustion // Physics of Combustion and Explosion [Fizika goreniya i vzryva]. 2014. No. 1. P. 90–96. [In Russ.].
- 5. Vasilev A.A., Pinaev A.V., Trubisyn A.A., Crachev A.Y., Trotsyuk A.V., Fomin P.A., Trilis A.V. What is burning in coal mines: methane or coal dust? // Combustion, Explosion and Shock Waves. 2017. Vol. 53. Issue 1. P. 8–14.
- 6. Cherdantsev S.V., Lee Hee Un, Filatov Yu.M., Shlapakov P.A. Determination of the critical temperature of ignition of microheterogeneous dust-gas-air mixtures in mine workings // Mining information and analytical bulletin [Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten]. 2018. No. 1. P. 117–125. [In Russ.].
- 7. Cherdantsev S.V., Lee Hee Un, Filatov Yu.M., Shlapakov P.A. Analysis of the burnout process of coarsely dispersed dust-gas-air mixtures moving in the air streams of mine workings // Chemical Physics and Mesoscopy [Khimicheskaya fizika i mezoskopiya]. 2017. No. 4. P. 513–523. [In Russ.].
- 8. Cherdantsev S.V., Lee Hee Un, Filatov Yu.M., Shlapakov P.A. Influence of parameters of coarsely dispersed dust-gas-air mixtures on the time of their burnout in mine workings of coal mines // Coal [Ugol]. 2018. No. 1. P. 44–49. [In Russ.].
- 9. Cherdantsev S.V., Filatov Yu.M., Shlapakov P.A. Modes of diffusion combustion of dust-gas-air mixtures in the atmosphere of mine workings // Coal [Ugol]. 2020. No. 2. P. 27–32. [In Russ.].
- 10. Cherdantsev S.V., Shlapakov P.A., Shlapakov E.A., Lebedev K.S., Erastov A.Yu. Thermophysical and gas-dynamic conditions of deflagration and detonation processes in the dust-gas-air flows of mine workings near self-heating centers // Chemical Physics and Mesoscopy [Khimicheskaya fizika i mezoskopiya]. 2019. No. 2. P. 179–189. [In Russ.].

- 11. Kurlenya M.V., Skritsky V.A. Methane Explosions and Causes of Their Origin in Highly Productive Sections of Coal Mines // Journal of Mining Science. 2017. Vol. 53. Issue 5. P. 861–867.
- 12. Bykovskii F.A., Zhdan S.A., Vedernikov E.F. Continuous detonation of methane/hydrogenair mixtures in an annular cylindrical combustor // Combustion, Explosion, and Shock Waves. 2018. Vol. 54. Issue 4. P. 472–481.
- 13. Ershov A.P., Rubtsov I.A. Detonation of low-density explosives // Combustion, Explosion, and Shock Waves. 2019. Vol. 55. No. 1. P. 114–120.
- 14. Frank-Kamenetskiy D.A. Diffusion and heat transfer in chemical kinetics. M.: Nauka, 1987. 502 p. [In Russ.].
  - 15. Bartlme F. Combustion gas dynamics. M.: Energoizdat, 1981. 280 p. [In Russ.].
  - 16. Shchelkin K.I., Troshin Ya.K. Combustion gas dynamics. M.: AN SSSR, 1963. 250 p. [In Russ.].
- 17. Rakhmatullin Kh.A., Sagomonyan A.Ya., Bunimovich A.I., Zverev N.N. Gas dynamics. M.: Higher school, 1965. 723 p. [In Russ.].
- 18. Ovsyannikov L.V. Lectures on the basics of gas dynamics. Moscow-Izhevsk: Institute of Computer Research, 2003. 336 p. [In Russ.].
- 19. Kutateladze S.S. Foundations of the theory of heat transfer. M.: Atomizdat, 1979. 416 p. [In Russ.].
- 20. Denisov E.T., Sarkisov O.M., Likhtenstein G.I. Chemical kinetics: Textbook for universities. M.: Chemistry, 2000. 568 p. [In Russ.].
- 21. Ventzel E.S., Ovcharov L.A. Probability theory and its engineering applications. Textbook for technical colleges. M.: Higher school, 2000. 480 p. [In Russ.].