



## II РУДНИЧНАЯ АЭРОГАЗОДИНАМИКА

DOI: 10.25558/VOSTNII.2024.14.24.006

УДК 622.272:516.02

© С.В. Черданцев, П.А. Шлапаков, Е.А. Шлапаков, К. С. Лебедев, В.В. Колыхалов,  
А.Ю. Ерастов, С.А. Хаймин, 2024

### **С. В. ЧЕРДАНЦЕВ**

д-р техн. наук,  
главный научный сотрудник  
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово  
e-mail: svch01@yandex.ru



### **П. А. ШЛАПАКОВ**

канд. техн. наук,  
заведующий лабораторией  
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово  
e-mail: shlapak1978@mail.ru



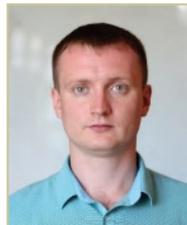
### **Е. А. ШЛАПАКОВ**

научный сотрудник  
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово  
e-mail: lairxx@yandex.ru



### **К. С. ЛЕБЕДЕВ**

старший научный сотрудник  
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово  
e-mail: lebedevks1987@yandex.ru



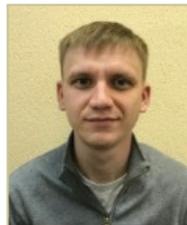
### **В. В. КОЛЫХАЛОВ**

старший научный сотрудник  
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово  
e-mail: X77kem@mail.ru



### **А. Ю. ЕРАСТОВ**

старший научный сотрудник  
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово  
e-mail: eractov\_a\_y@mail.ru



### **С. А. ХАЙМИН**

старший научный сотрудник  
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово  
e-mail: hsa007@mail.ru



## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВНЕЗАПНО ВЫБРОШЕННОГО ВЯЗКОГО ТЕПЛОПРОВОДНОГО ГАЗА В ГОРНОЙ ВЫРАБОТКЕ

При разработке угольных месторождений, особенно вблизи геологических нарушений, возникают выбросоопасные зоны, предрасположенные к внезапным выбросам угля и газа в подготовительные и очистные выработки. Внезапные выбросы, как правило, приводят к серьезным авариям на шахтах с тяжелыми последствиями. Во время внезапного выброса газ движется с очень большой скоростью и при столкновении с малоподвижным воздухом рудничной атмосферы образуется ударная волна, способная нанести травмы рабочим, находящимся не только в местах выброса, но и на значительном удалении от них. В связи со сказанным, задачи о течении газа в горных выработках, обусловленными его внезапными выбросами, на наш взгляд, представляются достаточно актуальными. В данной статье обсуждается нестационарное течение газа, наделенного вязкими и теплопроводными свойствами. Сформулирована краевая задача для одномерного нелинейного уравнения в частных производных второго порядка, решение которого представлено в замкнутом виде. На базе вычислительных процедур построены графики, характеризующие скорость течения газа от ряда его параметров. Анализ графиков позволил установить некоторые закономерности течения газа.

Ключевые слова: ГОРНЫЕ ВЫРАБОТКИ, ВНЕЗАПНЫЕ ВЫБРОСЫ УГЛЯ И ГАЗА, УРАВНЕНИЕ НАВЬЕ — СТОКСА, АДИАБАТА ПУАССОНА, КОЭФФИЦИЕНТЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ И ОБЪЕМНОЙ ВЯЗКОСТИ, УДЕЛЬНЫЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ, УРАВНЕНИЕ БЮРГЕРСА.

### ВВЕДЕНИЕ

Внезапные выбросы угля и газа в процессе отработки угольных пластов на угольных предприятиях происходят регулярно, особенно, с переходом очистных работ на более глубокие горизонты [1, 2].

Механизм внезапных выбросов обусловлен рядом факторов. В первую очередь, напряженно-деформированным состоянием породугольного массива, сформировавшимся в результате отработки угольного пласта. Так, в работе [3] указано, что причиной выброса является интенсивная волна дробления, в результате которой разрушается некоторая область породугольного массива, откуда выделяется газ, а затем образовавшаяся газугольная смесь выбрасывается в горную выработку. В развитие идей работы [3] в статье [4] сформулированы условия возникновения газодинамических явлений, проявляющихся в форме образования сначала магистральной трещины в пласте со свободным метаном, затем формированием в нем волны дробления с последующим выбросом в выработку смеси раздробленного угля и газа. В статье [5] получено трансцендентное уравнение, решениями которого являются критические значения

начального давления, когда скорость газа при выбросе равна начальной скорости звука.

В результате обобщения многочисленных шахтных измерений и наблюдений за внезапными выбросами угля и газа в работе [6] выявлены отличительные особенности в формировании выбросоопасного состояния угольного массива в очистных забоях по сравнению с забоями подготовительных пластовых выработок.

На базе литературных источников в статьях [7, 8] сделано предположение, что масса выброшенного угля составляет лишь часть от массы всего угля в зоне выброса, а масса выброшенного газа определяется его содержанием во всей зоне выброса. Следовательно, объем газа значительно превышает объем крупных угольных фракций. Поэтому после выброса крупных фракций угля процесс истечения газугольной смеси из образовавшейся подземной полости продолжается еще некоторое время. Из анализа форм подземных полостей и каверн, образовавшихся после выброса породугольной массы [9], вытекает, что подземные полости можно представить в виде совокупности нескольких геометрических фигур.

Учитывая это обстоятельство, в статье [7] рассмотрена подземная полость, состоящая из полусферы и усеченного конуса, в статье [8] подземная полость состоит из полусферы и цилиндра. А в статье [10] в состав подземной полости входят сужающаяся и расширяющаяся части, состыкованные между собой меньшими основаниями.

В этих работах показано, что в цилиндрической части подземной полости скорость течения газа в реальных условиях никогда не достигает скорости звука. При наличии в подземной полости конической части скорость газа при определенных условиях может достигнуть скорости звука в самом узком месте конуса. При наличии сужающейся и расширяющейся частей истечение газа из расширяющейся части может происходить со сверхзвуковой скоростью.

Задачи о течении выброшенного из подземной полости газа по горным выработкам еще не обсуждались. Однако на наш взгляд, эти задачи достаточно актуальны и востребованы в горной промышленности, поскольку результаты исследований аварий и инцидентов от внезапных выбросов газа показывают, что негативные последствия выбросов обнаруживаются не только в непосредственной близости от места выброса породугольной массы, но и на значительном расстоянии от него.

В связи со сказанным, в данной статье мы обсудим течение выброшенного газа по горной выработке в рамках следующих допущений:

- 1) течение газа по горной выработке рассматривается как одномерное;
- 2) газ является политропным, в связи с чем, его теплоемкость не меняется;
- 3) предполагается, что газ баротропный, поэтому между его плотностью и давлением имеет место адиабата Пуассона.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О ТЕЧЕНИИ ВЯЗКОГО ГАЗА В ГОРНОЙ ВЫРАБОТКЕ

Для исследования закономерностей течения вязкого теплопроводного газа, как

правило, используют уравнение Навье — Стокса [11]

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \vec{v} + \frac{1}{\rho} \left( \zeta + \frac{\eta}{3} \right) \nabla (\nabla \cdot \vec{v}), \quad (1)$$

уравнением неразрывности [11]

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \cdot \operatorname{div} \vec{v} = 0 \quad (2)$$

и уравнение энергии [12]

$$\frac{dS}{dt} = \frac{k}{\rho T} \nabla^2 T. \quad (3)$$

где  $\vec{v}$  — вектор скорости газа;  $p, \rho$  — соответственно его давление и плотность;  $\nabla$  — оператор Гамильтона;  $d/dt$  — глобальная производная, определяемая как

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla, \quad (4)$$

$S$  — энтропия газа в рассматриваемом процессе;  $\eta, \zeta$  — коэффициенты соответственно динамической и объемной вязкости;  $k$  — показатель адиабаты Пуассона [11, 12]

$$k = \frac{c_p}{c_v}. \quad (5)$$

где  $c_p, c_v$  — удельные теплоемкости, соответственно при постоянном давлении и при постоянном объеме, являющиеся, в силу второго допущения, постоянными величинами, что было учтено при написании уравнения (3).

Поскольку выброс газа происходит из забоя выработки, то с уверенностью можно сказать, что последующее течение газа будет происходить вдоль горной выработки, в силу чего, течение можно полагать одномерным. В связи с этим уравнения (1) и (2) приобретают вид

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left( \zeta + \frac{4}{3} \eta \right) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad (6)$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{k}{\rho T} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (8)$$

$$d\rho = \left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)dp + \left(\frac{\partial\rho}{\partial S}\right)dS, \quad (9)$$

где  $v$  — скорость газа является уже не векторной величиной, а скалярной, при этом глобальная производная (4) преобразуется к виду

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x}. \quad (10)$$

Если пренебречь диссипативными членами, приняв коэффициенты вязкости  $\eta = \zeta = 0$ , то уравнение (6) вырождается в уравнение Эйлера

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (11)$$

описывающее одномерное течение идеального газа, модель которого часто используется в физике и технике, но не всегда адекватна реальным газодинамическим объектам. Поэтому дальнейшие наши рассуждения будем строить на базе уравнений (1) и (2), но при необходимости будем обращаться также и к уравнению Эйлера (11).

В силу третьего допущения о баротропности газа между его давлением  $p$ , плотностью  $\rho$  и скоростью звука  $a$  в нем имеют место следующие соотношения [11, 12]

$$p = A \cdot \rho^k, \quad a^2 = k \frac{p}{\rho}, \quad (12)$$

с помощью которых можно получить также соотношения

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^k, \quad \frac{a^2}{a_0^2} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{k-1} \quad (13)$$

где  $A$  — некоторая постоянная величина;  $p_0$ ,  $\rho_0$ ,  $a_0$  — значения давления, плотности и скорости покоящегося газа.

Поскольку скорость прохождения звуковой волны  $a$  в баротропном газе можно определить также и по формуле [11]

$$a^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}, \quad (14)$$

то слагаемое в правой части уравнений (6) и (11) мы можем преобразовать к виду

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad (15)$$

с учетом которого уравнение Эйлера (11) представляется в виде

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad (16)$$

откуда находим производную  $\partial v / \partial t$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -v \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}. \quad (17)$$

Поскольку плотность, давление и скорость звука в баротропном газе зависят от скорости его течения, то уравнение неразрывности (7) мы перепишем следующим образом:

$$\frac{\partial \rho}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x} = 0,$$

откуда приходим к уравнению

$$\frac{\partial \rho}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial t} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial v} v + \rho\right) \frac{\partial v}{\partial x} = 0,$$

в которое подставим формулу (17)

$$\frac{\partial \rho}{\partial v} \left(-v \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial v} v + \rho\right) \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

и после приведения подобных членов имеем

$$a \frac{\partial \rho}{\partial v} = \pm \rho. \quad (18)$$

Подставляя формулу (18) в (16), получим уравнение

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \pm a) \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (19)$$

описывающее распространение волны в движущемся газе. При знаке «плюс» в уравнении (19) фронт волны перемещается в положительном направлении оси  $x$ , а при знаке «минус» — в отрицательном. В дальнейших рассуждениях будем учитывать в формуле (18) только знак «плюс» и преобразуем ее к виду

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial v} = \frac{\rho}{a},$$

откуда получаем соотношение между производными плотности и скорости газа по координате  $x$

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\rho}{a} \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (20)$$

Далее, разделим (9) на  $dt$  и учитывая формулы (14), (8), получаем выражение

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{a^2} \frac{dp}{dt} + \left( \frac{\partial \rho}{\partial S} \right) \frac{k}{\rho T} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (21)$$

подставив которое в уравнение неразрывности (7), и учитывая формулу (10), получим следующее равенство

$$\frac{1}{a^2} \left( \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} v \right) + \left( \frac{\partial \rho}{\partial S} \right) \frac{k}{\rho T} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0,$$

которое с учетом формулы (14) преобразуется к виду

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} v + \rho a^2 \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{T} \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right) \left( \frac{\partial \rho}{\partial S} \right) \frac{k}{\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (22)$$

Поскольку

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial T}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right) \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

и учитывая соотношение [13]

$$\frac{1}{T} \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right) \left( \frac{\partial \rho}{\partial S} \right) \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right) = \frac{1}{c_p} - \frac{1}{c_v}, \quad (23)$$

уравнение (22) мы можем представить следующим образом:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} v + \rho a^2 \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{k}{\rho} \left( \frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}. \quad (24)$$

Далее, перейдем в полученном уравнении (24) от производных  $\partial p/\partial t$ ,  $\partial p/\partial x$ ,  $\partial^2 p/\partial x^2$  к производным  $\partial v/\partial t$ ,  $\partial v/\partial x$ ,  $\partial^2 v/\partial x^2$  с помощью следующих соотношений

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial \rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} = a^2 \frac{\partial \rho}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial t} = a^2 \frac{\rho}{a} \frac{\partial v}{\partial t} = \rho a \frac{\partial v}{\partial t},$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} = a^2 \frac{\partial \rho}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x} = a^2 \frac{\rho}{a} \frac{\partial v}{\partial x} = \rho a \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \\ &= \frac{\partial p}{\partial v} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial p}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial v} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = a^2 \frac{\rho}{a} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \rho a \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \end{aligned}$$

и тогда уравнение (24) приводится к виду

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v+a) \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{k}{\rho} \left( \frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}. \quad (26)$$

С помощью формулы (25) заменим в уравнении (6) производную  $\partial p/\partial x$  на производную  $\partial v/\partial x$ , в результате чего получим уравнение

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v+a) \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \left( \zeta + \frac{4}{3} \eta \right) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad (27)$$

сложив которое с уравнением (26) окончательно приходим к уравнению

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v+a) \frac{\partial v}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad (28)$$

в котором параметр  $\mu$  определяется по формуле

$$\mu = \frac{1}{2\rho} \left[ \zeta + \frac{4}{3} \eta + k \left( \frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \right]. \quad (29)$$

Из анализа уравнения (28) и формулы (29) следует, что для описания движения газа учтена не только его вязкость, характеризующая коэффициентами  $\eta$ ,  $\zeta$ , но также и его теплопроводные свойства, характеризующиеся удельными теплоемкостями  $c_v$ ,  $c_p$ .

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ТЕЧЕНИИ ВЯЗКОГО ГАЗА. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Обратим внимание, что уравнение (28) кроме искомой скорости течения газа  $v(x, t)$ , содержат еще и неизвестную скорость звука в газе, которая, в свою очередь, является функцией скорости  $a = a(v)$ . Чтобы исключить эту неопределенность, рассмотрим уравнение (18) совместно со второй формулы (13). В результате получим уравнение

$$a_0 \sqrt{\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{k-1}} \frac{d\rho}{dv} = \rho,$$

переменные в котором легко разделяются:

$$a_0 \left(\frac{1}{\rho_0}\right)^{(k-1)/2} \rho^{(k-3)/2} d\rho = dv. \quad (30)$$

Выполнив в (30) процедуру интегрирования, приходим к следующему уравнению:

$$a_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{(k-1)/2} = v \frac{k-1}{2} + C, \quad (31)$$

где  $C$  — постоянная интегрирования.

Легко заметить, что левая часть уравнения (31), согласно формуле (13), представляет собой скорость звука в движущемся газе, в силу чего, уравнение (31) представляется в виде

$$a = v \frac{k-1}{2} + C. \quad (32)$$

Поскольку в покоящемся газе ( $v = 0$ ) скорость звука равна  $a_0$ , то из уравнения (32) следует  $a_0 = C$ , в силу чего уравнение (32) перепишем в окончательном виде:

$$a = v \frac{k-1}{2} + a_0. \quad (33)$$

Подставив выражение (33) в уравнение (28), получим следующее уравнение:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \left(a_0 + \frac{k+1}{2}v\right) \frac{\partial v}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}. \quad (34)$$

Из анализа уравнения (34) следует, что оно является нелинейным, поскольку содержит произведение искомой функции на ее производную по координате. Если же скорость течения газа небольшая, то  $v/a_0 \ll 1$  и поэтому

$$1 + \frac{k+1}{2} \frac{v}{a_0} \approx 1, \quad (35)$$

в связи с чем, уравнение (34) приводится к линейному виду:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + a_0 \frac{\partial v}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}. \quad (36)$$

Поскольку при внезапном выбросе скорость течения газа сопоставима со скоростью

звука в нем, то условие (35) в данном случае не выполняется и, следовательно, далее будем рассматривать в качестве исходного уравнение (34), которое с помощью подстановки

$$u = a_0 + \frac{k+1}{2}v, \quad (37)$$

приводится к нелинейному уравнению Бюргера [14]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (38)$$

которое описывает нестационарный процесс течения вязкого газа.

Однако если в уравнении (38) перейти к переменной  $X$

$$X = x - U \cdot t, \quad (39)$$

то производные в (38) преобразуются к виду

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial X} \cdot \frac{\partial(x-U \cdot t)}{\partial t} = -U \frac{\partial u}{\partial X} = -U \frac{du}{dX},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial X} \cdot \frac{\partial(x-U \cdot t)}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial X} \cdot 1 = \frac{du}{dX},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial u}{\partial X} \right) \cdot \frac{\partial X}{\partial x} = \\ &= \frac{\partial^2 u}{\partial X^2} \cdot \frac{\partial(x-U \cdot t)}{\partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial X^2} \cdot 1 = \frac{d^2 u}{dX^2}, \end{aligned}$$

в силу чего, уравнение Бюргера (38) преобразуется в обыкновенное дифференциальное уравнение 2-го порядка

$$-U \frac{du}{dX} + u \frac{du}{dX} = \mu \frac{d^2 u}{dX^2}. \quad (40)$$

Обратим внимание, что равенство (39) представляет собой уравнение распространения плоской волны, фронт которой движется в положительном направлении оси  $x$  со скоростью  $U$ , которая подлежит определению.

Решение уравнения (40) может быть найдено в квадратурах. Перепишав его в виде

$$-U \cdot du + \frac{1}{2} d(u^2) = \mu \cdot d \left( \frac{du}{dX} \right),$$

а затем проинтегрировав, получим дифференциальное уравнение 1-го порядка

$$-U \cdot u + \frac{1}{2}u^2 + C_1 = \mu \cdot \frac{du}{dX}, \quad (41)$$

содержащее постоянную интегрирования  $C_1$ .

Подставив граничные условия

$$u|_{X \rightarrow +\infty} \rightarrow u_1, \quad u|_{X \rightarrow -\infty} \rightarrow u_2, \quad \left. \frac{du}{dX} \right|_{X \rightarrow \pm\infty} = 0$$

в уравнение (41), приходим к следующей системе:

$$\begin{cases} -U \cdot u_1 + \frac{1}{2}u_1^2 + C_1 = 0, \\ -U \cdot u_2 + \frac{1}{2}u_2^2 + C_1 = 0, \end{cases}$$

из которой находим скорость  $U$  и постоянную интегрирования  $C_1$

$$U = \frac{1}{2}(u_1 + u_2), \quad C_1 = \frac{1}{2}u_1 \cdot u_2, \quad (42)$$

с учетом которых уравнение (41) приводится к следующему виду:

$$(u - u_1)(u_2 - u) = -2\mu \frac{du}{dX}. \quad (43)$$

Разделив переменные в уравнении (43), и проинтегрировав его

$$\int \frac{du}{(u - u_1)(u_2 - u)} = -\frac{1}{2\mu} \int dX + C_2,$$

приходим к равенству

$$\frac{1}{u_2 - u_1} [\ln(u_2 - u) - \ln(u - u_1)] = \frac{X}{2\mu} + C_2, \quad (44)$$

в котором постоянную интегрирования можно принять  $C_2 = 0$  и преобразовать полученное равенство к виду:

$$\frac{X}{\mu} = \frac{2}{u_2 - u_1} \ln \frac{u_2 - u}{u - u_1},$$

откуда находим искомую функцию  $u$

$$u = u_1 + \frac{u_2 - u_1}{1 + \exp\left(\frac{u_2 - u_1}{2\mu} X\right)}, \quad (45)$$

где параметр  $\mu$  определен в (29).

При определении  $X$  в (39) координату  $x$  и время  $t$  представим следующим образом:

$$x = x_0 + \Delta x, \quad t = t_0 + \Delta t, \quad (46)$$

где  $x_0$  — декартова координата в начальный момент времени  $t_0$ . Подставив формулу (46) в (39) приходим к следующему соотношению

$$\begin{aligned} X &= x - U \cdot t = x_0 + \Delta x - U \cdot (t_0 + \Delta t) = \\ &= x_0 - U \cdot t_0 + \Delta x - U \cdot \Delta t = X_0 + \Delta X. \end{aligned} \quad (47)$$

Полагая, что в начальный момент времени  $t_0 = 0$  координата  $x_0 = 0$  и поэтому  $X_0 = 0$ , а в формуле (47) величину  $X$  можно отождествить с некоторым малым приращением  $\Delta X$ , представляющим собой толщину некоторого возмущения, перемещающегося в газовом потоке со скоростью  $U$ . В связи со сказанным в формуле (45) следует заменить  $X$  на  $\Delta X$

$$u = u_1 + \frac{u_2 - u_1}{1 + \exp\left(\frac{u_2 - u_1}{2\mu} \Delta X\right)}. \quad (48)$$

Полученная формула (48) позволяет вычислить значение скорости газового потока на некотором интервале  $\Delta X$ , внутри которого скорость газового потока изменяется от значения  $u_1$  до значения  $u_2$ .

На базе формулы (48) выполнены вычислительные процедуры при условии, что газ при внезапном выбросе является метаном, имеющим следующие параметры:  $\rho = 0,71$  кг/м<sup>3</sup>;  $\eta = \zeta = 12,3 \times 10^{-5}$  Па·с;  $c_p = 1,82$  кДж/(кг·град);  $c_v = 1,27$  кДж/(кг·град);  $a_0 = 330$  м/с.

Вначале по формуле (5) определяем показатель адиабаты Пуассона  $k = 1,43$  и, подставив его в (29), вычисляем параметр  $\mu = 4,44 \times 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с.

Далее по формуле (48) построим графики изменения скорости газового потока в зависимости от величины  $\Delta X$  при различных значениях параметра  $\mu$  (рис. 1). График 1 построен при значении  $\mu = 4,44 \times 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с, а графики 2 и 3 построены соответственно при  $\mu = 7,12 \times 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с,  $\mu = 1,21 \times 10^{-3}$  м<sup>2</sup>/с.

Представленные графики являются вогнутыми линиями без локальных экстремумов, что характеризует монотонное снижение скорости потока с увеличением  $\Delta X$ . Отметим также, что меньшим значениям параметра  $\mu$

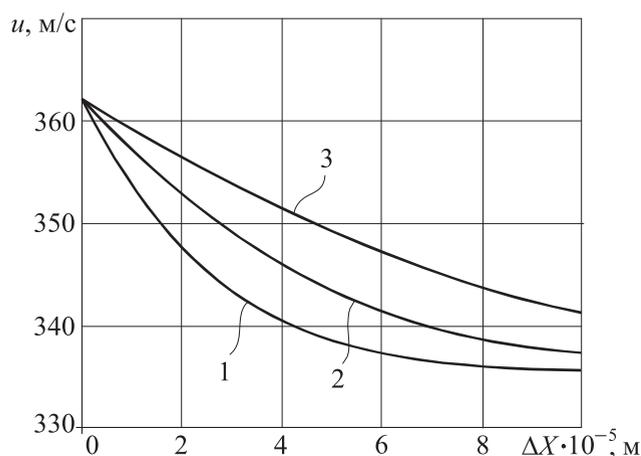


Рис. 1. Графики зависимости скорости газового потока  $u$  от величины  $\Delta X$  при различных  $\mu$

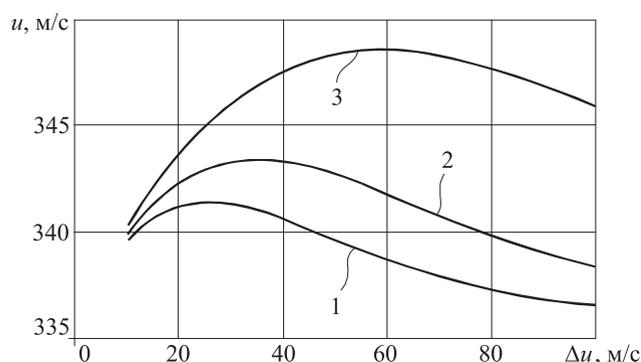


Рис. 2. Графики зависимости скорости газа  $u$  от разности скоростей  $\Delta u$

соответствует более интенсивное уменьшение скорости газа.

На рис. 2 показаны графики зависимости скорости газа от разности скоростей  $\Delta u = u_2 - u_1$ , построенные при тех же значениях  $\mu$ , что и на рис. 1.

В отличие от графиков на рис. 1, графики на рис. 2 имеют на рассматриваемом отрезке чётко выраженные локальные максимумы и поэтому функция  $u(\Delta u)$  имеет участки возрастания и участки убывания. Кроме этого, графики 1 и 2, построенные соответственно при  $\mu = 4,44 \times 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\mu = 7,12 \times 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ , характеризует еще и наличие точек перегиба и поэтому эти графики имеют как участки выпуклости, так и вогнутости. Обратим внимание, что график 3, построенный при  $\mu = 1,21 \times 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$  всюду выпуклый и имеет экстремальное значение в точке  $\Delta u = 60 \text{ м/с}$

и, следовательно, на участке  $\Delta u \in [10 \text{ м/с}; 60 \text{ м/с}]$  скорость газа монотонно увеличивается, а на участке  $\Delta u \in [60 \text{ м/с}; 100 \text{ м/с}]$  — монотонно уменьшается. Отметим также, что чем выше значение  $\mu$ , тем более существенное влияние оно оказывает на скорость газа.

Если пренебречь вязкими и теплопроводными свойствами газа, то величина  $\mu \rightarrow 0$ . Тогда уравнение (43) существенно упрощается, вырождаясь в алгебраическое уравнение вида

$$(u - u_1)(u_2 - u) = 0,$$

которое распадается на два равенства

$$(u - u_1)|_{x=x_0+0} = 0, \quad (u_2 - u)|_{x=x_0-0} = 0, \quad (49)$$

где  $x_0$  — некоторая точка, в которой искомая функция  $u$  терпит разрыв 1-го рода, скачкообразно изменяя свое значение. Из (49) следуют две формулы

$$u|_{x=x_0+0} = u_1, \quad u|_{x=x_0-0} = u_2,$$

из которых находим величину скачка  $\Delta u$  искомой функции в точке  $x_0$

$$\Delta u|_{x=x_0} = u_2 - u_1. \quad (50)$$

Таким образом, формулы (49) и (50) показывают, что в идеальном газе разрыв функции  $u$  имеет нулевую толщину.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

— рассмотрено одномерное нестационарное течение газа, описываемое нелинейным уравнением в частных производных 2-го порядка, в котором учтены не только его динамическая и объемная вязкости, но также и теплопроводные свойства газа, характеризующиеся удельными теплоемкостями при постоянном давлении и постоянном объеме;

— полученное нелинейное уравнение преобразовано к уравнению Бюргерса, для которого сформулирована краевая задача, решение которой получено в квадратурах;

— найдена формула, позволяющая вычислить скорость внезапно выброшенного вязкого газа после его столкновения с воздушным потоком горной выработки;

— на базе вычислительных процедур построен ряд графиков, характеризующих скорость газа от различных его параметров. Анализ графиков выявил:

а) монотонное снижение скорости потока с ростом толщины его фронта, обусловлено вязкостью и теплопроводностью газа;

б) наличие экстремумов в распределении скоростей потока в зависимости от разности

между скоростью газа при выбросе и скоростью невозмущенного воздушного потока горной выработки;

в) с уменьшением значений параметров, характеризующих вязкие и теплопроводные свойства газа, происходит более интенсивное уменьшение скорости газа.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Большинский М. И., Лысиков Б. А., Каплюхин А. А. Газодинамические явления в шахтах. Севастополь: Вебер, 2003. 284 с.
2. Зыков В. С., Филатов Ю. М. Проявление опасности по газодинамическим явлениям в очистных забоях угольных шахт // Научно-технические технологии разработки и использования минеральных ресурсов. 2018. № 4. С. 441–445.
3. Христианович С. А. О волне выброса // Известия АН СССР. 1953. № 12. С. 1679–1688.
4. Черданцев Н. В. Об одном подходе к построению решения задачи о выбросе угля и метана из краевой части пласта // Прикладная математика и механика. 2023. № 1. С. 81–111.
5. Черданцев С. В., Шлапаков П. А., Голоскоков С. И., Лебедев К. С., Шлапаков Е. А. Математическое моделирование процесса формирования и выброса смеси «газ — уголь» в горные выработки. // Вестник Научного центра ВостНИИ по промышленной и экологической безопасности. 2021. № 3. С. 40–52.
6. Трофимов В. А. Внезапный выброс угля и газа. Вынос угля и газа в выработанное пространство // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2011. № S1. С. 391–405.
7. Черданцев С. В., Шлапаков П. А., Лебедев К. С. Анализ внезапного выброса газозольной смеси из полости конической формы, сформированной в процессе выброса // Горная промышленность. 2023. № 6. С. 109–115.
8. Черданцев С. В., Шлапаков П. А., Лебедев К. С., Колыхалов В. В., Шлапаков Е. А., Хаймин С. А., Ерастов А. Ю. Течение газозольной смеси в подземной цилиндрической полости, образовавшейся при внезапном выбросе // Вестник Научного центра ВостНИИ по промышленной и экологической безопасности. 2023. № 4. С. 58–67.
9. Ходот В. В. Внезапные выбросы угля и газа. М.: Госгортехиздат, 1961. 363 с.
10. Черданцев Н. В., Черданцев С. В., Ли Хи Ун, Филатов Ю. М., Шлапаков П. А., Лебедев К. С. Об одном подходе к описанию суффлярных выделений газа из резервуаров угольного массива в горные выработки // Безопасность труда в промышленности. 2017. № 3. С. 64–68.
11. Рахматуллин Х. А., Сагомоян А. Я., Бунимович А. И., Зверев Н. Н. Газовая динамика. М.: Высшая школа, 1965. 723 с.
12. Серрин Дж. Математические основы классической механики жидкости. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 256 с.
13. Вукалович М. П., Новиков И. И. Термодинамика: Учеб. пособие для вузов. М.: Машиностроение, 1972. 672 с.
14. Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. М.: Наука, 1973. 176 с.

DOI: 10.25558/VOSTNII.2024.14.24.006

UDC 622.272:516.02

© S. V. Cherdantsev, P. A. Shlapakov, E. A. Shlapakov, K. S. Lebedev,  
V. V. Kolykhalov, A. Y. Erastov, S. A. Khaimin, 2024

**S. V. CHERDANTSEV**

Doctor of Engineering Sciences,  
Chief Researcher  
JSC «NC VostNII», Kemerovo  
e-mail: svch01@yandex.ru

**P. A. SHLAPAKOV**

Candidate of Engineering Sciences,  
Head of Laboratory  
JSC «NC VostNII», Kemerovo  
e-mail: shlapak1978@mail.ru

**E. A. SHLAPAKOV**

Researcher  
JSC «NC VostNII», Kemerovo  
e-mail: lairxx@yandex.ru

**K. S. LEBEDEV**

Senior Research Associate  
JSC «NC VostNII», Kemerovo  
e-mail: lebedevks1987@yandex.ru

**V. V. KOLYKHALOV**

Senior Research Associate  
JSC «NC VostNII», Kemerovo  
e-mail: X77kem@mail.ru

**A. Yu. ERASTOV**

Senior Research Associate  
JSC «NC VostNII», Kemerovo  
e-mail: eractov\_a\_y@mail.ru

**S. A. KHAYMIN**

Senior Research Associate  
JSC «NC VostNII», Kemerovo  
e-mail: hsa007@mail.ru

**SIMULATION OF THE FLOW OF A SUDDENLY EJECTED VISCOUS HEAT-CONDUCTING GAS IN A MINING OPERATION**

*During the development of coal deposits, especially near geological disturbances, there are emission-hazardous zones predisposed to sudden emissions of coal and gas into preparatory and treatment workings. Sudden emissions tend to lead to serious accidents at mines with severe consequences. During a sudden release, the gas moves at a very high speed and when it collides with the sedentary air of the mine atmosphere, a shock wave is formed that can cause injury to workers located not only in the places of release, but also at a considerable distance from them. In connection with the above, the problems of gas flow in mine workings caused by its sudden emissions, in our opinion, seem to be quite relevant. This article discusses the unsteady flow of a gas endowed with viscous and thermally conductive properties. A boundary value problem is formulated for a one-dimensional nonlinear partial differential equation of the second order, the solution of which is presented in a closed form. Graphs characterizing the gas flow velocity from a number of its parameters are constructed on the basis of computational procedures. The analysis of the graphs allowed us to establish some patterns of gas flow.*

Keywords: MINING, SUDDEN EMISSIONS OF COAL AND GAS, NAVIER—STOKES EQUATION, POISSON'S ADIABATE, COEFFICIENTS OF DYNAMIC AND VOLUMETRIC VISCOSITY, SPECIFIC HEAT, BURGERS EQUATION.

**REFERENCES**

1. Bolshinsky M. I., Lysikov B. A., Kaplukhin A. A. Gas-dynamic phenomena in mines. Sevastopol: Weber, 2003. 284 p. [In Russ.].

2. Zykov V. S., Filatov Yu. M. Manifestation of danger by gas-dynamic phenomena in coal mine working faces // Science-intensive technologies for the development and use of mineral resources [Naukozemkiye tekhnologii razrabotki i ispolzovaniya mineralnykh resursov]. 2018. No. 4. P. 441–445. [In Russ.].
3. Khristianovich S. A. On the ejection wave // Bulletin of the USSR Academy of Sciences [Izvestiya AN SSSR]. 1953. No. 12. P. 1679–1688. [In Russ.].
4. Cherdantsev N. V. On one approach to constructing a solution to the problem of coal and methane emission from the edge of the seam // Applied Mathematics and Mechanics [Prikladnaya matematika i mekhanika]. 2023. No. 1. P. 81–111. [In Russ.].
5. Cherdantsev S. V., Shlapakov P. A., Goloskokov S. I., Lebedev K. S., Shlapakov E. A. Mathematical modeling of the process of formation and emission of the gas-coal mixture into mine workings. // Bulletin of the Scientific Center of the Eastern Research Institute for Industrial and Environmental Safety [Vestnik Nauchnogo tsentra VostNII po promyshlennoy i ekologicheskoy bezopasnosti]. 2021. No. 3. P. 40–52. [In Russ.].
6. Trofimov V. A. Sudden outburst of coal and gas. Removal of coal and gas into mined-out space // Mining information and analytical bulletin (scientific and technical journal) [Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten (nauchno-tekhnicheskiy zhurnal)]. 2011. No. S1. P. 391–405. [In Russ.].
7. Cherdantsev S. V., Shlapakov P. A., Lebedev K. S. Analysis of a sudden ejection of a gas-coal mixture from a conical cavity formed during the ejection process // Mining Industry [Gornaya promyshlennost]. 2023. No. 6. P. 109–115. [In Russ.].
8. Cherdantsev S. V., Shlapakov P. A., Lebedev K. S., Kolykhalov V. V., Shlapakov E. A., Khaimin S. A., Erastov A. Yu. Flow of a gas-coal mixture in an underground cylindrical cavity formed during a sudden emission // Bulletin of the Scientific Center of the Eastern Research Institute for Industrial and Environmental Safety [Vestnik Nauchnogo tsentra VostNII po promyshlennoy i ekologicheskoy bezopasnosti]. 2023. No. 4. P. 58–67. [In Russ.].
9. Khodot V. V. Sudden emissions of coal and gas. Moscow: Gosgortekhzdat, 1961. 363 p. [In Russ.].
10. Cherdantsev N. V., Cherdantsev S. V., Lee Hee Un, Filatov Yu. M., Shlapakov P. A., Lebedev K. S. On one approach to the description of gas vent emissions from coal reservoirs into mine workings // Occupational Safety in Industry [Bezopasnost truda v promyshlennosti]. 2017. No. 3. P. 64–68. [In Russ.].
11. Rakhmatullin Kh. A., Sagomonyan A. Ya., Bunimovich A. I., Zverev N. N. Gas dynamics. M.: Higher School, 1965. 723 p. [In Russ.].
12. Serrin J. Mathematical foundations of classical fluid mechanics. Izhevsk: Research Center «Regular and Chaotic Dynamics», 2001. 256 p. [In Russ.].
13. Vukalovich M.P., Novikov I.I. Thermodynamics: Textbook. manual for universities. M.: Mechanical Engineering, 1972. 672 p. [In Russ.].
14. Karpman V. I. Nonlinear waves in dispersive media. Moscow: Nauka, 1973. 176 p. [In Russ.].