

DOI: 10.25558/VOSTNII.2022.39.49.009

УДК 66.066.7

© А.Г. Лаптев, Р.Я. Исхакова, 2022

А.Г. ЛАПТЕВ

д-р техн. наук, проф.,
заведующий кафедрой
КГЭУ, г. Казань
e-mail: tv_t_kgeu@mail.ru



Р.Я. ИСХАКОВА

канд. техн. наук,
доцент кафедры
КГЭУ, г. Казань
e-mail: imreginaiskh@gmail.com



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ОСАЖДЕНИЯ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ В ТОНКОСЛОЙНОМ ОТСТОЙНИКЕ

Рассмотрен режим осаждения дисперсной фазы в тонкослойных отстойниках между плоскопараллельными наклонными пластинами (тонкослойными модулями) для ламинарного режима движения гетерогенной смеси. С учетом различных механизмов осаждения записана плотность потока частиц к стенке канала (поверхности пластины). Представлено двумерное дифференциальное уравнение переноса частиц в плоскопараллельном канале с учетом рассмотренных механизмов. С применением коэффициента «Тейлоровской» диффузии записана одномерная модель с локальным источником осаждающихся частиц, далее сделан переход к модели идеального вытеснения, решение которой дает возможность вычислить эффективность осаждения в канале тонкослойного модуля. При заданной эффективности осаждения получено выражение для расчета требуемой поверхности осаждения с учетом угла наклона пластин. Даны графические зависимости требуемой поверхности осаждения при различных режимных и конструктивных параметрах тонкослойного модуля.

Представленная математическая модель и полученные в явном виде выражения расчета эффективности и поверхности осаждения могут применяться при модернизации или проектировании тонкослойных отстойников в различных отраслях промышленности и энергетики с целью повышения эффективности процесса очистки сточных вод и других гетерогенных сред.

Ключевые слова: ОСАЖДЕНИЕ, ГЕТЕРОГЕННЫЕ СМЕСИ, ОТСТОЙНИКИ, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПЕРЕНОСА.

Введение. Разделение эмульсий и суспензий — один из важных процессов снижения антропогенной нагрузки в области очистки сточных вод в химической технологии и энер-

гетике [1]. Для проведения процессов разделения применяется фильтрование, отстаивание, центрифугирование, флотация и другие способы [2]. Одним из менее энергозатрат-

ных процессов является отстаивание в периодическом или непрерывном режимах. Конструкции отстойников, предназначенных для очистки сточных вод, разнообразны и зависят от свойств и расхода разделяемых смесей. Наиболее простыми являются проточные отстойники без внутренних устройств, которые в основном применяются для первичного разделения от грубодисперсной фазы. Повышение эффективности таких отстойников в 2–3 и более раз выполняется путем установки блоков с плоскопараллельными пластинами или трубами (тонкослойных модулей), которые секционируют поток смеси и исключают циркуляционные контуры. Пластины и трубы монтируются под углом для удаления осевшей дисперсной фазы [3]. Методы расчетов таких тонкослойных отстойников в основном имеют эмпирический характер [3–5].

Представляется целесообразным на основе подходов [6–8] разработка математической модели сепарации с минимальным привлечением экспериментальных данных.

Целью данной работы является представить численную и приближенную математическую модель для расчета поверхности осаждения частиц в тонкослойном отстойнике с плоскопараллельными пластинами на основе заданной эффективности разделения смеси.

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

Тонкослойные отстойники работают преимущественно при ламинарном режиме тече-

ния среды между пластинами тонкослойного модуля. Рекомендуется $Re < 500$, где $Re = u_{cp} 2h/\nu_{ж}$ — число Рейнольдса; u_{cp} — средняя скорость жидкой фазы, м/с; h — расстояние между пластинами, м; $\nu_{ж}$ — кинематический коэффициент вязкости жидкой фазы, м²/с. Расстояние между пластинами задают в интервале $h = 0,02–0,05$ м, а угол наклона пластин к горизонту $\alpha \approx 45–60^\circ$. Удельная поверхность пластин $a_v = F_0/V$, где F_0 — общая геометрическая площадь поверхности пластин, м²; V — объем тонкослойного модуля, м³. В объеме модуля 1 м³ с шириной, высотой и длиной равными 1 м уместится n — число пластин: $n = 1/h - 1$.

Тогда удельная поверхность пластин будет равна $a_v = 2 \times 1,0 \text{ м} \times 1,0 \text{ м} \times n / 1 \text{ м}^3$, м²/м³. В числителе множитель 2 учитывает поверхность пластины с двух сторон. Однако при наклоне пластины осаждение частиц происходит только на одну поверхность, тогда удельная поверхность будет $a_v = 1/h - 1$, м²/м³. Учитывается, что длина и высота пластины равна 1 метр, а объем 1 м³. Например, при расстоянии между пластинами $h = 0,02$ м, имеем $a_v = 49$ м²/м³; при расстоянии $h = 0,05$ м; $a_v = 19$ м²/м³.

На рис. 1 показаны пластины тонкослойного модуля, а на рис. 2 — монтаж модулей в отстойнике [6].

Допущения к математической модели:

– расчет выполняется для частицы задан-

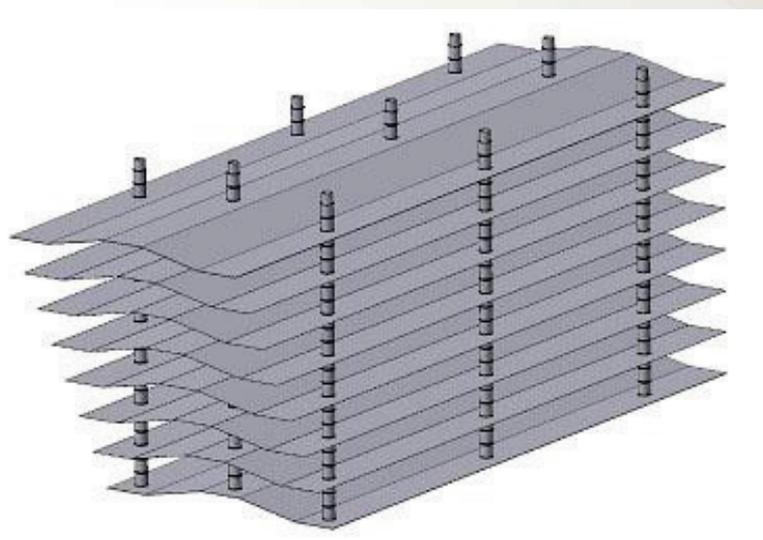


Рис. 1. Сепарирующие тонкослойные элементы



Рис. 2. Сепарационный блок «Инжехим»

ного размера, а учет полидисперсности может выполняться пофракционно;

- учет формы частицы выполняется с помощью коэффициента формы по известным выражениям;

- учет стесненности движения частиц с концентрацией менее 5 %, ($\varphi < 0,05$) не выполняется, а при больших значениях концентрации с применением известных зависимостей, например, $\bar{u}_{oc} = u_{oc}(1 - \varphi)^m$, где \bar{u}_{oc} — скорость стесненного осаждения, м/с; u_{oc} — скорость свободного осаждения, м/с; φ — объемная доля частиц, м³/м³; $m \approx 1,5$ — эмпирический коэффициент;

- при осаждении частицы не слипаются;
- осажденные частицы достигнув поверхности пластины не срываются обратно в поток;

- режим движения потока установившийся и ламинарный;

- градиент температуры поперек потока отсутствует.

Перенос частиц к поверхности пластин происходит за счет силы тяжести, конвективного механизма (составляющей вектора скорости жидкости в поперечном направлении) и броуновской диффузии [4, 5].

Плотность потока запишется в виде суммы:

$$j \approx \bar{u}_{oc} \Delta C + \bar{u}_k \Delta C + \frac{D_{об}}{h} \Delta C, \quad (1)$$

где j — плотность потока осаждающихся частиц, кг/м²с; \bar{u}_{oc} — средняя скорость гравитационного осаждения, м/с; \bar{u}_k — средняя скорость конвективного переноса частиц к поверхности, м/с; $D_{об}$ — коэффициент броуновской диффузии, м²/с; ΔC — движущая сила процесса осаждения, т. е. разность концентраций в ядре потока и на стенке, кг/м³. Роль каждого механизма переноса зависит от размера и плотности частиц. Движущая сила $\Delta C = C_{\infty}$, т. к., достигнув стенки пластины, частица, прилипнув к поверхности, покидает несущую жидкую фазу, и $C_{гр} = 0$.

Дифференциальное уравнение переноса дисперсных частиц в плоскопараллельном канале без наклона пластин ($\alpha = 0^\circ$) при $H \gg d_3$ записывается в форме:

$$u_{ж}(y) \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left[D_{об}(y) \frac{\partial C}{\partial y} \right] - C u_{oc}(y) \right\}, \quad (2)$$

где H — длина канала, м; d_3 — эквивалентный диаметр канала ($d_3 = 2h$), м; $u_{ж}$ — скорость жидкой фазы, как функция координаты, м/с; z, y — продольная и поперечная координаты, м; C — концентрация частиц, кг/м³.

Граничные условия к уравнению (2):

- при $z = 0$ (вход в канал): $C = C_{гр}$;
- $u_{ж}(y) = u_{нж}(y)$;
- при $y = h/2$ (на оси симметрии): $\partial C / \partial y = 0$; $u_{ж}(r) = u_{ж max}$;

- при $y=0$ (на стенке канала): $\partial C/\partial y = 0$;
- при $z = H$ (выход из канала): $\partial C/\partial z = 0$.

При наклонном расположении пластин увеличивается длина пути осаждения и при $\alpha = 90^\circ$ (вертикальное расположение) осаждение на поверхности пластины не происходит.

Для учета угла наклона пластин необходимо записать функцию зависимости поверхности осаждения от угла $F = f(F_0, \alpha)$, где F_0 — геометрическая площадь поверхности пластины, т. е. произведение ширины на длину. В упрощенной форме примем одномерную модель с межфазным объемным источником осаждающихся частиц с учетом угла наклона тонкослойного модуля. Тогда имеем:

$$u_{\text{ср}} \frac{dC}{dz} = D_3 \frac{d^2C}{dz^2} + R, \quad (3)$$

где D_3 — коэффициент «Тейлоровской» диффузии в ламинарном потоке, который учитывает продольную и броуновскую диффузию:

$$D_3 = D_{\text{бр}} + \frac{u_{\text{ср}}^2 r^2}{48D_{\text{бр}}}, \quad (4)$$

где r — радиус канала, $r = h/2$, м.

Источник осаждающихся частиц записывается в форме:

$$R = \frac{\bar{u}_{\text{ос}} dF}{dV} \cos \alpha, \quad (5)$$

где dF — элемент площади поверхности канала (пластины), м^2 ; dV — элементарный (локальный) объем канала, м^3 . $dF/dV = da_v$ — удельная поверхность площади канала в локальном объеме, $\text{м}^2/\text{м}^3$.

ПРИБЛИЖЕННАЯ МОДЕЛЬ

Оценка членов в уравнении (3) показывает, что основным механизмом осаждения частиц с размером более 3–4 мкм и с разностью плотностей $\Delta\rho > 50 \text{ кг/м}^3$ является гравитационный механизм. Тогда уравнение (3) получит формулу модели идеального вытеснения:

$$u_{\text{ср}} \frac{dC}{dz} = R, \quad (6)$$

с граничными условиями: при $z = 0$; $C = C_n$; $u_{\text{ср}} = Q_{\text{ж}}/S$; (выход смеси), при $z = H$; dC/dz ; (выход смеси), где $Q_{\text{ж}}$ — объемный расход жидкости в канале, $\text{м}^3/\text{с}$; S — площадь поперечного сечения канала, м^2 .

Решение данного уравнения имеет вид:

$$\eta = 1 - \exp\left(-\cos \alpha \frac{F \bar{u}_{\text{ос}}}{Q_{\text{ж}}}\right), \quad (7)$$

где $\eta = (C_n - C_k)/C_n$ — эффективность сепарации (осаждения) частиц; C_n, C_k — начальная и конечная концентрации частиц, кг/м^3 .

Отсюда требуемая площадь поверхности осаждения с учетом угла наклона пластин при заданной эффективности ($\eta < 1$) ($\alpha < 90^\circ$):

$$F = \frac{Q_{\text{ж}}}{\bar{u}_{\text{ос}} \cos \alpha} \ln\left(\frac{1}{1-\eta}\right). \quad (8)$$

Требуемую поверхность осаждения так же можно получить из уравнения баланса:

$$Q_{\text{ж}}(C_n - C_k) = \bar{u}_{\text{ос}} F \Delta C \cos \alpha. \quad (9)$$

Отсюда:

$$F = \frac{Q_{\text{ж}}(C_n - C_k)}{\bar{u}_{\text{ос}} \Delta C \cos \alpha}, \quad (10)$$

где $\Delta C = (C_n - C_k) / \ln(C_n/C_k)$ — средняя движущая сила осаждения, кг/м^3 ; конечная концентрация $C_k = C_n(1 - \eta)$.

В результате имеем:

$$F = \frac{Q_{\text{ж}}}{\bar{u}_{\text{ос}} \cos \alpha} \ln\left(\frac{1}{1-\eta}\right). \quad (11)$$

Получили аналогичное выражение (8).

Таким образом, с учетом принятых допущений можно вычислить требуемую поверхность осаждения в плоскопараллельном канале тонкослойного модуля. Число каналов будет зависеть от общего объемного расхода жидкой фазы в отстойнике и расхода в одном канале.

ПРИМЕР РАСЧЕТА

Расход воды на очистку $Q_{\text{ж}} = 100,0 \text{ м}^3/\text{час}$ ($0,028 \text{ м}^3/\text{с}$) при температуре 20°C . Плотность

дисперсных частиц 1100 кг/м^3 ($\Delta\rho = 100 \text{ кг/м}^3$). Средний диаметр частиц $1 \cdot 10^{-4}$ м (100 мкм). Начальная концентрация $C_n = 0,1 \text{ кг/м}^3$. Требуемая конечная концентрация $C_k = 0,005 \text{ кг/м}^3$.

Эффективность очистки $\eta = 0,95$ (95 %). Заданное расстояние между пластинами $h = 0,03$ м (удельная поверхность $\text{м}^2/\text{м}^3$). Принимаем число Рейнольдса $Re = 300$, отсюда скорость $u_{cp} = 5 \cdot 10^{-3}$ м/с. Диаметр отстойника

$D_{от} = \sqrt{4Q_{ж}/(3600\pi u_{cp})} = 2,66$ м. Принимаем $D_{от} = 2,7$ м ($S = 5,72 \text{ м}^2$). Средняя скорость осаждения по формуле Стокса $\bar{u}_{ос} = \Delta\rho d_p^2 g / (18\mu_{ж}) = 5,56 \cdot 10^{-4}$ м/с. Число Рейнольдса для частицы $Re_p = \bar{u}_{ос} d_p / \nu_{ж} = 0,007$, отсюда следует, что режим осаждения ламинарный по Стоксу. Поверхность осаждения (8) при $\alpha = 45^\circ$ имеет значение $F = 214 \text{ м}^2$. Из выражения $F = a_v S H$, находим длину пластин $H = 1,13$ м. Например, для частиц диаметром $d_p = 5 \cdot 10^{-5}$ для прочих равных условий получаем $F = 850 \text{ м}^2$ и $H = 4,5$ м. Отсюда следуют габариты тонкослойного отстойника.

На рис. 3 представлены результаты расчетов эффективности осаждения частиц от длины канала по выражению (7). Получено, что частицы с размерами менее 100 мкм ($\Delta\rho = 100 \text{ кг/м}^3$) осаждаются с низкой эффективностью.

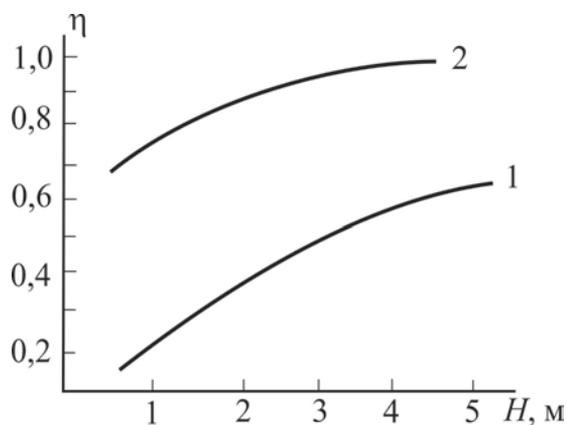


Рис. 3. Зависимость эффективности осаждения от длины тонкослойного модуля:
1 — диаметр частиц, $d_p = 50$ мкм;
2 — $d_p = 100$ мкм; Расход жидкости $Q = 50 \text{ м}^3/\text{час}$;
 $a_v = 33 \text{ м}^2/\text{м}^3$; $\Delta\rho = 100 \text{ кг/м}^3$

На рис. 4 дана расчетная зависимость эффективности тонкослойного модуля от удельной поверхности пластин при различной разности плотностей жидкой фазы и частиц.

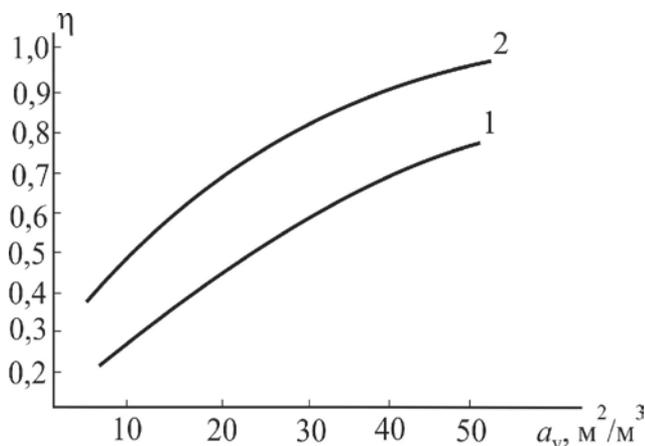


Рис. 4. Зависимость эффективности осаждения от удельной поверхности тонкослойного модуля:
1 — $\Delta\rho = 50 \text{ кг/м}^3$; 2 — $\Delta\rho = 500 \text{ кг/м}^3$; $d_p = 25$ мкм;
 $u_{ж} = 0,002$ м/с.

Очевидно, что при увеличении удельной поверхности, которая связана с расстоянием между пластинами, эффективность осаждения повышается.

Таким образом, в статье представлена численная и приближенная математическая модель, предназначенная для расчета поверхности осаждения частиц в тонкослойном отстойнике с плоскопараллельными пластинами, которая может применяться при модернизации или проектировании тонкослойных отстойников с целью повышения эффективности процесса очистки сточных вод или других гетерогенных сред.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 18-79-10136 <https://rscf.ru/project/18-79-10136/>

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Покровский В.Н., Аракчеев Е.П. Очистка сточных вод тепловых электростанций. М.: Энергия, 180. 256 с.
2. Синайский Э.Г., Лапига Е.А., Зайцев Ю.В. Сепарция многофазных многокомпонентных систем. М., 2002. 621 с.
3. Демура М.В. Проектирование тонкослойных отстойников. Киев, 1981. 78 с.
4. Gibum Kwon, Arun. K. Kota, Yongxin Li, Ameya Sohani, Joseph M. Mabry, Anish Tuteja On-Demand Separation of Oil-Water Mixtures // *Advanced materials*. 2012. Vol. 24. P. 3666–3671.
5. Wang Shuo, Qin Wei, Dai Youyuan Separation of Oil Phase from Dilute Oil/Water Emulsion in Confined Space Apparatus // *Chinese Journal of Chemical Engineering*. 2012. Vol. 20(2). P. 239–245.
6. Лаптев А.Г., Башаров М.М., Лаптева Е.А. Математические модели и методы расчетов тепломассообменных и сепарационных процессов в двухфазных средах. Казань, 2021. 288 с.
7. Тимербаев А.С., Таранова Л.В. Численное моделирование процесса разделения водонефтяных эмульсий в центробежном сепараторе // *Фундаментальные исследования*. 2014. № 9. С. 547–551.
8. Лаптев А.Г., Башаров М.М. Математическая модель переноса и осаждения тонкодисперсных частиц в турбулентном потоке эмульсий и суспензий. // *Инженерно-физический журнал*. 2018. Т. 91. № 2. С. 377–386.

DOI: 10.25558/VOSTNII.2022.39.49.009

UDC 66.066.7

© A.G. Laptev, R.Ya. Iskhakova, 2022

A.G. LAPTEV

Doctor of Engineering Sciences, Professor,
Head of the Department
KSEU, Kazan
e-mail: tvt_kgeu@mail.ru

R.Ya. ISKHAKOVA

Candidate of Engineering Sciences,
Associate Professor of the Department
KSEU, Kazan
e-mail: imreginaiskh@gmail.com

DETERMINATION OF SURFACE OF PRECIPITATION OF DISPERSED PHASE IN THIN-LAYER SETTLER

The mode of precipitation of dispersed phase in thin-layer settlers between plane-parallel inclined plates (thin-layer modules) for laminar mode of heterogeneous mixture movement is considered. Taking into account various deposition mechanisms, the density of the flow of particles to the wall of the channel (plate surface) is recorded). A two-dimensional differential equation of particle transfer in the plane-parallel channel is presented, taking into account the mechanisms considered. Using the «Taylor» diffusion coefficient, a one-dimensional model with a local source of precipitating particles is recorded, then a transition is made to the ideal displacement model, the solution of which makes it possible to calculate the deposition efficiency in the channel of the thin-layer module. Given the deposition efficiency, an expression is obtained to calculate the required deposition surface taking into account the inclination

angle of the plates. Graphic dependencies of the required deposition surface are given at different mode and design parameters of the thin-layer module.

The presented mathematical model and the explicitly obtained expressions of calculation of efficiency and deposition surface can be used in the modernization or design of thin-layer sedimentation tanks in various industries and energy sectors in order to increase the efficiency of the wastewater treatment process and other heterogeneous media.

Keywords: PRECIPITATION, HETEROGENEOUS MIXTURES, SETTLING TANKS, MATHEMATICAL MODEL, TRANSFER EFFICIENCY.

REFERENCES

1. Pokrovsky V.N., Arakcheev E.P. Wastewater treatment of thermal power plants. M.: Energiya, 180. 256 p. [In Russ.].
2. Sinaisky E.G., Lapiga E.A., Zaitsev Yu.V. Separation of multiphase multicomponent systems. M., 2002. 621 p. [In Russ.].
3. Demura M.V. Design of thin-layer settling tanks. Kiev, 1981. 78 p. [In Russ.].
4. Gibum Kwon, Arun. K. Kota, Yongxin Li, Ameya Sohani, Joseph M. Mabry, Anish Tuteja On-Demand Separation of Oil-Water Mixtures // *Advanced materials*. 2012. Vol. 24. P. 3666–3671.
5. Wang Shuo, Qin Wei, Dai Youyuan Separation of Oil Phase from Dilute Oil/Water Emulsion in Confined Space Apparatus // *Chinese Journal of Chemical Engineering*. 2012. Vol. 20(2). P. 239–245.
6. Laptev A.G., Basharov M.M., Lapteva E.A. Mathematical models and calculation methods of heat and mass transfer and separation processes in two-phase media. Kazan, 2021. 288 p. [In Russ.].
7. Timerbaev A.S., Taranova L.V. Numerical modeling of the separation process of oil-water emulsions in a centrifugal separator // *Fundamental research [Fundamentalnye issledovaniya]*. 2014. No. 9. P. 547–551. [In Russ.].
8. Laptev A.G., Basharov M.M. Mathematical model of transfer and deposition of fine particles in a turbulent flow of emulsions and suspensions. // *Engineering and Physics Journal [Inzhenerno-fizicheskij zhurnal]*. 2018. Vol. 91. No. 2. P. 377–386. [In Russ.].