

DOI: 10.25558/VOSTNII.2025.76.17.002

УДК 622.023.23

© Н. В. Черданцев, 2025

Н. В. ЧЕРДАНЦЕВ

д-р техн. наук,
главный научный сотрудник
ФИЦ УХХ СО РАН, г. Кемерово
e-mail: nvch2014@yandex.ru



К РАСЧЁТУ ПАРАМЕТРОВ ТРЕЩИНЫ ГИДРОРАЗРЫВА ПРИ ПЕРВОЙ ПОСАДКЕ ПРОЧНЫХ ПОРОД ОСНОВНОЙ КРОВЛИ ПЛАСТА В ОЧИСТНОЙ ВЫРАБОТКЕ

Представленные результаты решения задачи о параметрах трещины гидроразрыва, движущейся в прочных породах кровли пласта в окрестности очистной выработки получены в рамках моделей геомеханического состояния массива горных пород, вмещающего угольный пласт, пройденную по нему выработку и трещину гидроразрыва, скачкообразно увеличивающую свою длину.

Модели базируются на фундаментальных методах теории упругости в форме метода граничных интегральных уравнений; методах теории предельного состояния горных пород и сыпучих сред в форме метода характеристик, общего и специального критериев Кулона–Мора; методах механики хрупкого разрушения Гриффитса –Ирвина.

В рамках моделей проведён широкомасштабный вычислительный эксперимент для ряда параметров заложения инициирующей («зародышевой») трещины для установления связи между длиной скважины с инициирующей трещиной и мощностью слоя прочных пород, в котором трещина гидроразрыва пересекает всю толщину слоя, что приводит к его обрушению.

Из сравнительного анализа результатов установлен диапазон эффективного угла наклона скважины, при котором трещиной гидроразрыва пересекается наибольшая мощность слоя при минимальном количестве циклов закачки рабочей жидкости в скважину.

Ключевые слова: МАССИВ ГОРНЫХ ПОРОД, УГОЛЬНЫЙ ПЛАСТ, ОЧИСТНАЯ ВЫРАБОТКА, ТРЕЩИНА ГИДРОРАЗРЫВА.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ЕЁ РЕШЕНИЯ

Наиболее эффективным способом регулирования размеров зависания «тяжёлой» кровли пласта за счёт принудительного её обрушения в очистных выработках является метод направленного гидроразрыва. Суть метода заключается в нарезании зародышевой трещины в призабойной части скважины, пробуренной из забоя очистной выработки в сторону выработанного пространства, и её подачи в неё под давлением жидкости [1]. Высокая концентрация напряжений на кончике зародышевой трещины создаёт условия разрушения

пород и роста трещины. Выбор рациональных параметров заложения зародышевой трещины и характеристик насосного оборудования обеспечивает оптимальное развитие трещины вплоть до образования магистральной трещины, полностью пересекающей мощность прочного породного слоя, приводящую к обрушению зависающей части слоя между магистральной трещиной и монтажной камерой.

Следует отметить ряд работ, в которых исследуется развитие трещины гидроразрыва в массиве горных пород в окрестности одиночной скважины на основе фундаментальных методов механики деформируемого твёрдого тела и гидродинамики [2–4].

В представленной статье приведены результаты решения задачи об оптимальном заложении трещины гидроразрыва с целью рационального обрушения «тяжёлой» кровли пласта произвольной мощности в окрестности ведения очистных работ. Исследования проведены в рамках модели развития трещины, представленной в работах [5–7].

Расчётная схема массива к данной задаче показана на рис. 1. В массиве горных пород на глубине H по угольному пласту 1 на всю его мощность m от монтажной камеры 2, размеры которой a_k , h_k , проводится очистная выработка 3, подкреплённая механизированной крепью 4, высотой h и пролётом a_v . В кровле и почве пласта лежит слой прочных и монолитных пород мощностью $m_{кр}$. Массив нагружен равнокомпонентным гравитационным давлением γH (γ — средневзвешенный объёмный вес налегающих пород).

Впереди выработки краевая часть угольного пласта 5 шириной L_p находится в предельно напряжённом состоянии. Позади монтажной камеры размер предельно напряжённой зоны 6 составляет L_k .

Из забоя выработки под углом к горизонту θ_s в прочные породы кровли бурится скважина 7 длиной l_s (рис. 1). Из неё

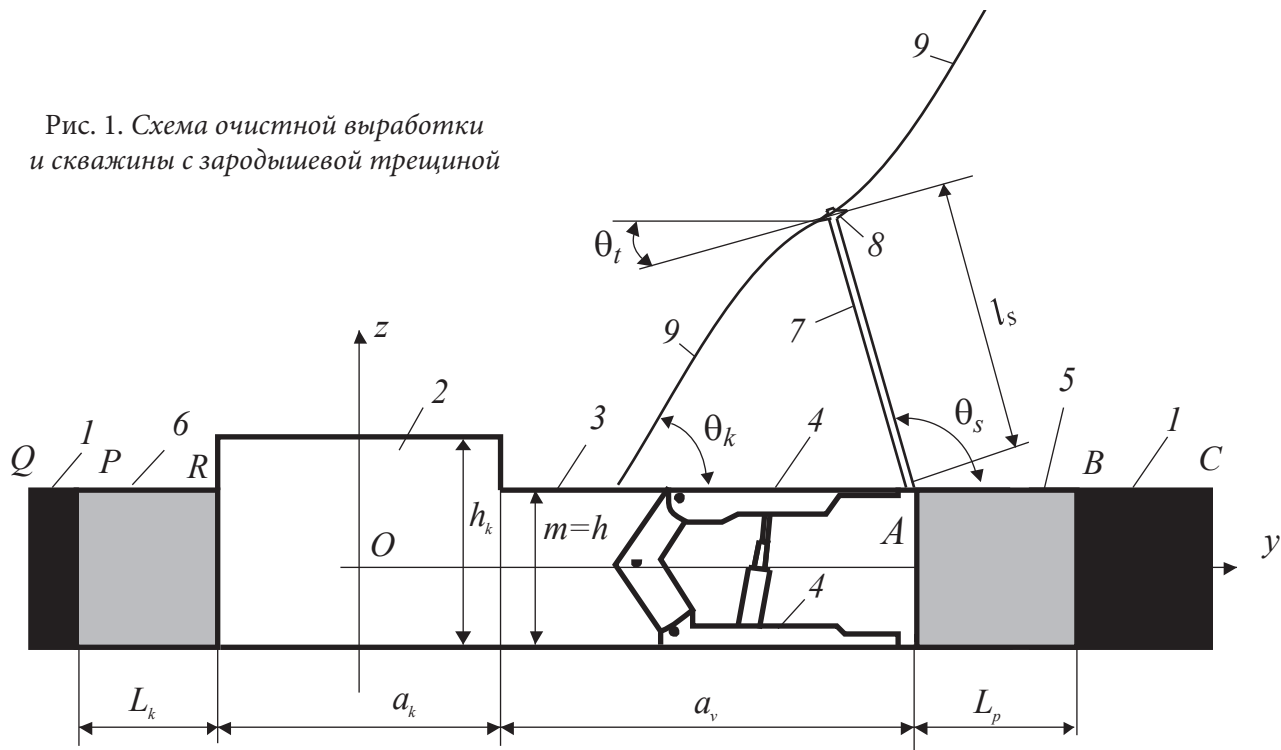
целесообразнее создаётся дисковая зародышевая трещина (щель) 8 радиусом a_z . Она наклонена к горизонту на угол θ_t и нагружается давлением p . Её координаты y_t , z_t в системе yOz , совмещённой с центральными осями монтажной камеры. Очевидно, что геометрические параметры щели связаны с параметрами скважины следующими соотношениями:

$$y_t = \frac{a_k}{2} + a_v + l_s \cos \theta_s, \quad z_t = \frac{h}{2} + l_s \sin \theta_s, \\ \theta_t = \theta_s - 90^\circ.$$

Принято, что размеры выработки вдоль абсциссы x (направлена перпендикулярно плоскости рис. 1) значительно превосходят размеры в плоскости Oyz ; трещина гидроразрыва в процессе роста не изменяет поля напряжений в массиве горных пород; фильтрация жидкости в породный слой не учитывается.

В процессе подачи под давлением жидкости в скважину от зародышевой трещины начинает развиваться трещина гидроразрыва. На рис. 1 она показана в виде двух криволинейных ветвей 9. Поскольку поле напряжений в окрестности выработки неоднородное, то ветви трещины в общем случае не прямолinéйны и не совпадают с направлением зародышевой трещины.

Рис. 1. Схема очистной выработки и скважины с зародышевой трещиной



Модель распространения трещины гидроразрыва построена на основе механики хрупкого разрушения, разработанной Гриффитсом и развитой Ирвином [8, 9]. Согласно этой теории разрушение материала происходит в результате распространения одной или нескольких трещин. Трещина в твёрдом теле развивается в том случае, если суммарный коэффициент интенсивности напряжений на кончике трещины от всех возможных типов нагружения на её берегах превышает некоторую критическую величину K_{IC} , называемую коэффициентом трещиностойкости материала. Справочное значение этого параметра для ряда горных пород приведено в [10].

Величины нагрузок на берегах гидротрещины определяются полем напряжений вмещающего массива, в котором она распространяется. Поскольку принято допущение о том, что породы кровли и почвы достаточно прочные, то они находятся в упругом состоянии, и поэтому для описания процесса прорастания трещины вполне можно использовать теорию Гриффитса–Ирвина, если также учесть, что горные породы в большей степени обладают хрупкими свойствами, нежели пластическими.

Поскольку прорастание трещины зависит от нагрузок на её берегах, которые определяются полем напряжений в окружающем выработку и трещину массиве, то для решения поставленной задачи следует прежде решить задачу о распределении поля напряжений в массиве горных пород, окружающим выработку.

Так как в краевой зоне пласт находится в предельно напряжённом (пластическом) состоянии, то для построения поля напряжений необходимо решить упругопластическую задачу о массиве, вмещающем вырез в виде горной выработки. При решении такого рода задач, надо рассмотреть механизм формирования участков предельно напряжённой зоны и затем построить картину распределения напряжений в этой зоне пласта.

Механизм формирования предельно напряжённой зоны подробно изложен в работах [11, 12]. В предельно напряжённой зоне

пласта напряжения определяются путём совместного решения дифференциальных уравнений равновесия и двух критериев предельного состояния Кулона–Мора (общего и специального) [13]. Общий критерий связан непосредственно с пластом, а специальный критерий формулируется для контакта пласта с массивом, на котором характеристики прочности меньше, чем по пласту. Полученная таким образом система дифференциальных уравнений относится к классу уравнений гиперболического типа и решается методом характеристик [13].

После построения поля напряжений в предельно напряжённой зоне пласта решается упругопластическая задача. Путём замены предельно напряжённой зоны напряжениями, действующими на контакте пласта с массивом, эта задача приводится ко второй внешней краевой задаче теории упругости, и её решение сводится к численному решению интегрального уравнения Фредгольма второго рода [14, 15]. В плоской задаче интегрирование ведётся по замкнутому контуру, включая контур выработки, а также контур по контакту пласта с окружающим массивом [5–7].

Неизвестный размер предельно напряжённой зоны, входящий в общий размер контура интегрирования, определяется методом последовательных приближений. Суть метода заключается в предварительном задании размера этой зоны, затем решении интегрального уравнения и вычислении вертикальных напряжений σ_z в точке C , действующих вдоль линии ACB (рис. 1), в предельно напряжённой зоне пласта и в его упругой области. Если напряжения в этих зонах отличаются друг от друга, то принимается другой размер предельной зоны и снова решается интегральное уравнение, вычисляются напряжения в предельной зоне и упругой области и сравниваются между собой. Процесс решения задачи продолжается до тех пор, пока эти напряжения не совпадут или будут достаточно близки друг к другу. После этого поле напряжений в окрестности выработки считается известным [5–7].

В ходе проведения широкомасштабного вычислительного эксперимента построены траектории трещины гидроразрыва в следующем варианте: зародышевая трещина создаётся щелеобразователем из скважины, пробуренной непосредственно в забое очистной выработки, при этом ось скважины ориентирована в вертикальной плоскости под различными углами наклона относительно трассы выработки (направления отработки пласта).

Целью статьи является определение параметров скважины (длины и угла наклона), при которых траектория трещины гидроразрыва становится магистральной трещиной, полностью пересекающей заданную мощность «тяжёлой» основной кровли, при этом оставляя зависающую часть между трещиной и очистным забоем наименьшего размера. Параметры насосной установки (давление и расход) заданы фиксированными для всех вариантов.

РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ И ИХ АНАЛИЗ

Основными характеристиками прочности угольного пласта считаются следующие параметры: σ_0 — предел прочности на одноосное сжатие, K — коэффициент сцепления, ρ — угол внутреннего трения, K' — коэффициент сцепления, ρ' — угол внутреннего трения на контакте пласта с остальным массивом.

Исследования проведены при следующих исходных данных: $\gamma = 25 \text{ кН/м}^3$, $H = 650 \text{ м}$, $\lambda = 1$, $av = 45 \text{ м}$, $h = 3 \text{ м}$, $hk = 4,5 \text{ м}$, $ak = 5 \text{ м}$, $E = 20000 \text{ МПа}$, $\mu = 0,25$, предел прочности пласта на одноосное сжатие $\sigma_0 = 10 \text{ МПа}$, $K = K' = 0$, $\rho = 20^\circ$, $\rho' = 10^\circ$, $K_1 C = 1,66 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$, $az = 0,066 \text{ м}$; динамическая вязкость жидкости $\eta = 13,04 \cdot 10^{-10} \text{ МПа} \cdot \text{с}$.

Рабочее давление p_0 в насосной установке марки Т — 210/35 принято 25 МПа, а расход жидкости 210 литр/мин ($Q = 0,0035 \text{ м}^3/\text{с}$). Эта установка относится к классу установок с жёсткими рабочими характеристиками, в которых при постоянном расходе жидкости давление может меняться.

На рис. 2 графики 1, 2 представляют собой эпюру напряжений σ_z , построенную вдоль

кровли пласта (вдоль линии ACB на рис. 1). В предельно напряжённой зоне эпюра обозначена цифрой 1, а в упругой области цифрой 2. Из анализа эпюры следует, что максимальная величина опорного давления равна $2,888 \gamma H$, а размер предельно напряжённой зоны $L_p = 7,03 \text{ м}$. Горизонтальный участок на графике 1 соответствует участку, где выполняется специальный критерий Кулона — Мора.

На рис. 3 графики 1, 2 представляют собой эпюру напряжений σ_z , построенную вдоль кровли слоя обрушенных пород (вдоль линии RPQ на рис. 1). Здесь также эпюра в предельно напряжённой зоне обозначена цифрой 1, а в упругой области цифрой 2. Из эпюры следует, что максимальная величина опорного давления равна $2,887 \gamma H$, а длина предельно напряжённой зоны $L_k = 7,03 \text{ м}$. В предельно напряжённой зоне слоя эпюра напряжений изменяется по экспоненциальному закону.

Как следует из рисунков, параметры опорного давления позади монтажной камеры и впереди очистной выработки принимают практически одинаковые значения.

На рис. 4–6 построены траектории гидротрещины, распространяющейся в кровле пласта, зародышевая трещина которой расположена в скважине, пробуренной над забоем очистной выработки. Её длина составляет 10 м. В подрисуночных подписях указаны

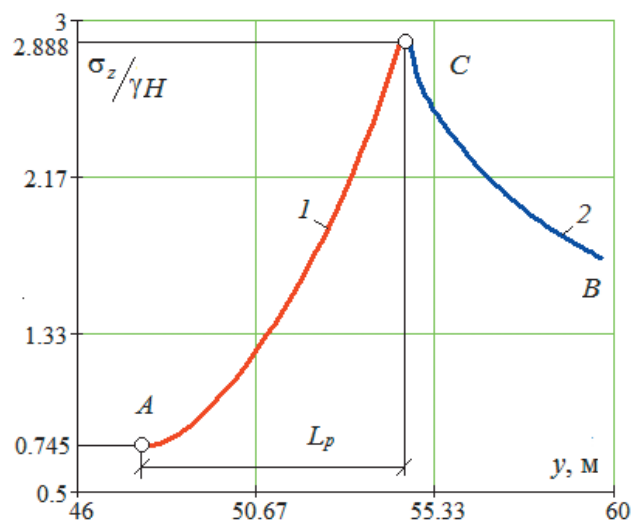


Рис. 2. Эпюры распределения напряжений вдоль кровли пласта

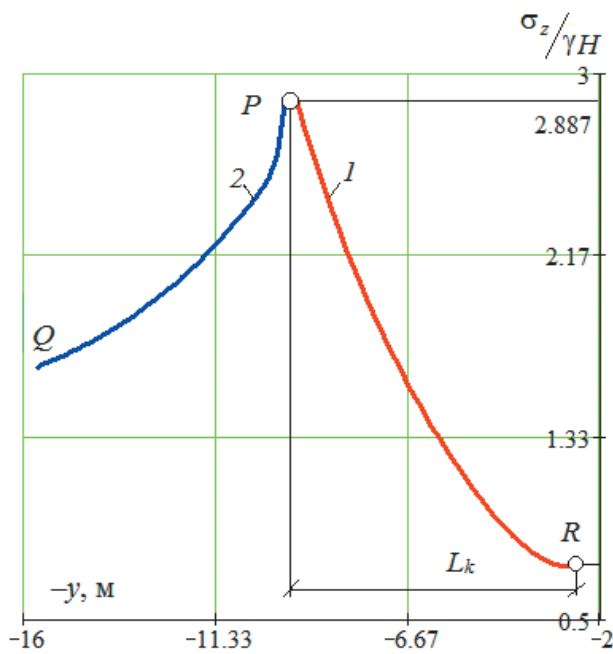


Рис. 3. Эпюры распределения напряжений вдоль кровли пласта позади камеры.

результаты расчётов параметров трещины. θ_k — угол наклона конечного сечения трещины к горизонту, а l_t — конечная полудлина трещины, N — количество циклов нагружения трещины при достижении конечной длины. Как и в [5–7], кружки на рисунках обозначают циклы нагружения, 8 — зародышевая

трещина, 9 — ветви траектории гидротрещины. На рисунках контур выработки включает и контуры предельно напряжённых зон впереди очистной выработки и позади монтажной камеры.

Из анализа рис. 4–8 следует, что абсциссы конечных сечений гидротрещины, расположенные на поверхности выработки, близки друг к другу, т.е. трещина во всех вариантах приходит к поверхности выработки примерно в одно и то же место. Как показывают результаты расчётов, при больших наклонах зародышевой трещины конечные сечения гидротрещины окажутся примерно в тех же местах на поверхности выработки.

Из рисунков легко вычислить мощность слоя «тяжёлой» кровли. Так, например, мощность слоя h_s на рис. 4 равна $20,597 - 1,5 = 19,097$ м.

На рис. 9 построен график зависимости мощности слоя от угла наклона зародышевой трещины. Из графика следует, что максимальная мощность слоя, которую удаётся подсесть гидротрещиной, 19,594 м, и она соответствует углу наклона 10° , что соответствует наклону скважины к горизонту, равному 80° .

На рис. 10 построен график зависимости числа циклов n подачи жидкости в растущую

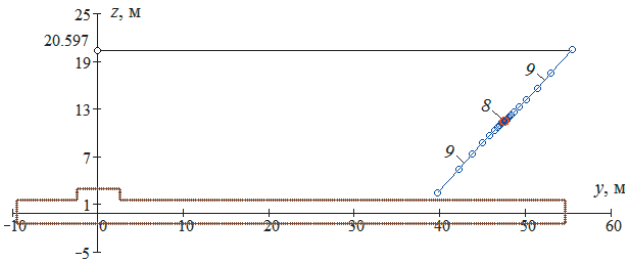


Рис. 4. Траектория трещины при $\theta_t=0^\circ$, $\theta_k=51,21^\circ$, $l_t=12,05$ м, $N=14$

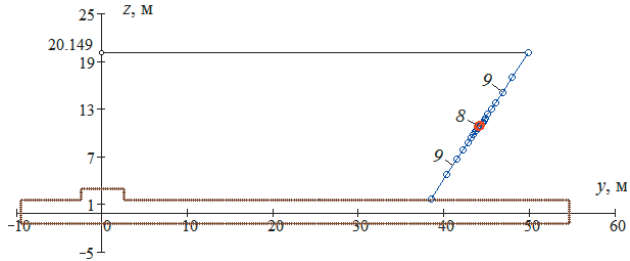


Рис. 6. Траектория трещины при $\theta_t=20^\circ$, $\theta_k=58,63^\circ$, $l_t=10,88$ м, $N=12$

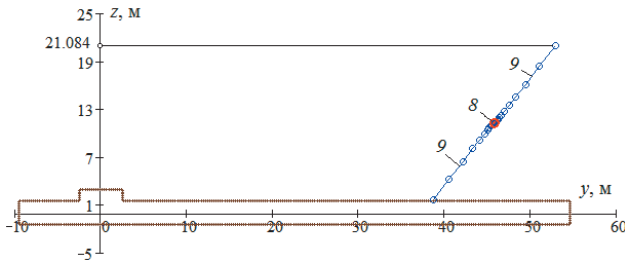


Рис. 5. Траектория трещины при $\theta_t=10^\circ$, $\theta_k=54,48^\circ$, $l_t=12,09$ м, $N=12$

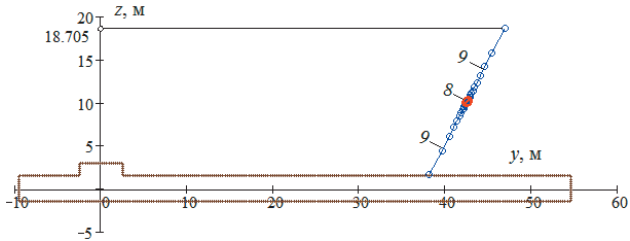


Рис. 7. Траектория трещины при $\theta_t=30^\circ$, $\theta_k=62,59^\circ$, $l_t=9,6$ м, $N=15$

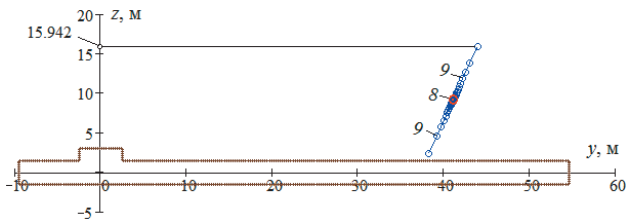


Рис. 8. Траектория трещины при $\theta t=40^\circ$, $\theta_k=66,91^\circ$, $l_t=7,35$ м, $N=19$

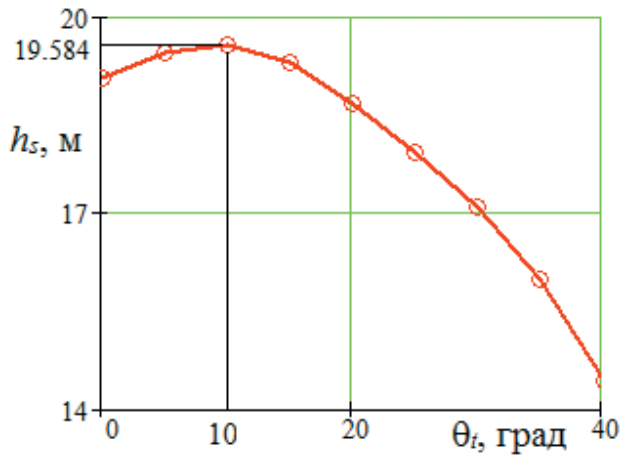


Рис. 9. График зависимости мощности подсекаемого слоя «тяжёлой» кровли от угла наклона зародышевой трещины.

гидротрещину до её полного пересечения (подсечения) от угла наклона зародышевой трещины. Из графика следует, что максимальная мощность слоя, которую удаётся подсесть гидротрещиной, 19,594 м, и она соответствует углу наклона зародышевой трещины

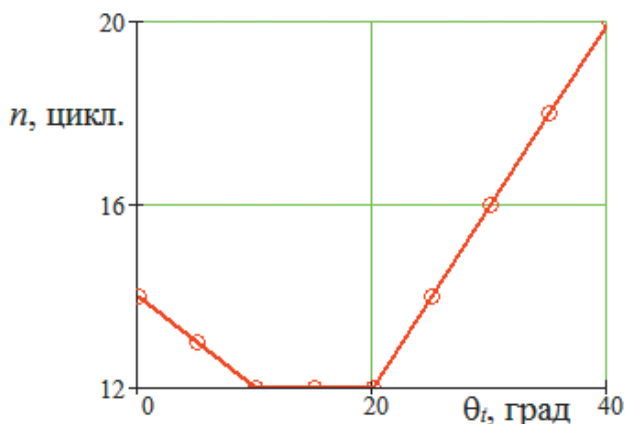


Рис. 10. График зависимости числа циклов n для образования гидротрещины, подсекающей слой «тяжёлой» кровли, от угла наклона зародышевой трещины

к горизонту, равному 10° , или углу наклона 80° к горизонту скважины.

На рис. 11, 12 представлены результаты проведённых исследований при других значениях длины скважины.

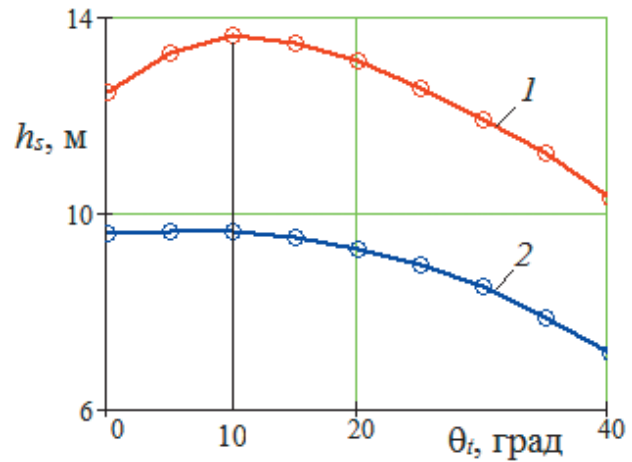


Рис. 11. Графики зависимости мощности подсекаемого слоя «тяжёлой» кровли от угла наклона зародышевой трещины при длине скважины: $l_s=7$ м (кривая 1), и $l_s=5$ м (кривая 2)

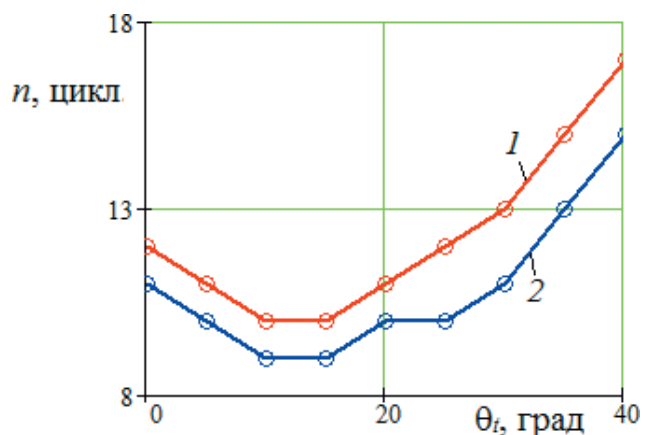


Рис. 12. Графики зависимости числа циклов n для образования гидротрещины, подсекающей слой «тяжёлой» кровли, от угла наклона зародышевой трещины при длине скважины: $l_s=7$ м (кривая 1), и $l_s=5$ м (кривая 2)

Из рисунков 11, 12 видно, что при длине скважины в 7 м подсекаемая гидротрещиной мощность слоя «тяжёлой» кровли равна порядка 14 м, а при длине 5 м мощность слоя равна около 10 м.

Из представленных результатов также следует, что наибольшего эффекта в размерах гидротрещины, а следовательно, и мощности

слоя «тяжёлой» кровли можно достичь при угле наклона скважины к горизонту в 80° , причём независимо от длины скважины.

Следует отметить, что на диапазоне углов наклона скважины от 70 до 90 градусов трещина увеличивает длину наиболее значительно, а для достижения ею кровли выработки требуется меньшее число циклов по сравнению с другими углами наклона скважины, меньшими значений углов указанного диапазона.

ВЫВОДЫ

В ходе исследования траектории растущей трещины гидроразрыва, зародышевая (инициирующая) трещина которой образована щелеобразователем из скважины, пробуренной в кровлю пласта непосредственно из очистного забоя очистной выработки и наклоненной к горизонту под углами 90° (скважина пробурена вертикально) и 120 градусов (наклон в сторону выработанного пространства), установлено следующее:

1) зародышевая трещина, расположенная над выработанным пространством (угол наклона скважины к горизонту более 90 градусов), обеспечивает достаточно быстрое распространение гидротрещины в породах кровли пласта даже при сравнительно небольшом давлении жидкости в насосной установке;

2) трещина гидроразрыва в процессе роста довольно значительно отклоняется от направления инициирующей трещины, существенно увеличивая угол наклона к горизонту (трещина в процессе роста поворачивается против часовой стрелки) по отношению к ориентации зародышевой трещины, и к поверхности выработки она подходит под углом порядка 55 градусов;

3) наиболее эффективным углом наклоном скважины к горизонту является угол 100 градусов, при этом угол наклона инициирующей трещины к горизонту составляет 10 градусов. В этом случае гидротрещина пересекает наибольшую мощность слоя прочных пород, залегающих в кровле пласта, при наименьшем количестве циклов роста трещины.

Работа выполнена в рамках государственного задания ФГБНУ «Федеральный исследовательский центр угля и углехимии Сибирского отделения Российской академии наук» проект FWEZ-2024-0013 «Создание многофункциональных систем мониторинга и прогноза газодинамических явлений, контроля напряженного состояния, разработка методов их предотвращения и оценки эффективности при подземной разработке угольных месторождений. 2024–2025 гг.» (рег. № 1022041300134-5-1.5.1;2.7.5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клишин В. И., Зворыгин Л. В., Лебедев А. В. и др. Проблемы безопасности и новые технологии подземной разработки угольных месторождений. Новосибирск: Новосибирский писатель, 2011. 524 с.
2. Зубков В. В., Кошелев В. Ф., Линьков А. М. Численное моделирование инициирования и роста трещин гидроразрыва // ФТПРПИ. 2007. № 1. С. 45–63.
3. Черный С. Г., Лапин В. Н., Есипов Д. В. и др. Методы моделирования зарождения и распространения трещин. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2016. 312 с.
4. Теодорович Э. В., Трофимов А. А., Шумилин И. Д. Форма плоской трещины гидроразрыва в упругой непроницаемой среде при различных скоростях закачки // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2011. № 4. С. 109–118.
5. Черданцев Н. В. Распространение трещины гидроразрыва в окрестности очистной выработки // Вестник Научного центра ВостНИИ по промышленной и экологической безопасности. 2021. № 2. С. 38–47.
6. Черданцев Н. В. Один из подходов к построению траектории трещины гидроразрыва в массиве горных пород вблизи горной выработки // Прикладная математика и механика. 2020. № 2. С. 208–233.

7. Черданцев Н. В. Анализ траектории трещины гидроразрыва около пластовой выработки и условия её прямолинейного роста // Безопасность труда в промышленности. 2021. № 5. С. 18–23.
8. Седов Л. И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1984. 560 с.
9. Хеллан К. Введение в механику разрушения. М.: Мир, 1988. 364 с.
10. Баклашов И. В. Основы геомеханики. Т. 1. М.: Моск. гос. геол. ун-т, 2004. 208 с.
11. Фисенко Г. Л. Предельные состояния горных пород вокруг выработок. М.: Недра, 1976. 272 с.
12. Черданцев Н. В. Результаты численного решения уравнений предельного состояния краевой зоны пласта и их аппроксимация полиномами // Безопасность труда в промышленности. 2019. № 6. С. 7–13.
13. Соколовский В. В. Статика сыпучей среды. М.: Наука, 1990. 272 с.
14. Лурье А. И. Теория упругости. М.: Наука, 1970. 940 с.
15. Партон В. З., Перлин П. И. Методы математической теории упругости. М.: Наука, 1981. 688 с.

DOI: 10.25558/VOSTNII.2025.76.17.002

UDC 622.023.23

© N. V. Cherdantsev, 2025

N. V. CHERDANTSEV

Doctor of Engineering Sciences,

Chief Researcher

Federal Research Center for Coal and Coal Chemistry, Kemerovo

e-mail: nvch2014@yandex.ru

TO CALCULATE THE PARAMETERS OF A HYDRAULIC FRACTURING CRACK DURING THE FIRST PLANTING OF SOLID ROCKS OF THE MAIN ROOF OF THE RESERVOIR IN A SEWAGE TREATMENT PLANT

The presented results of solving the problem of the parameters of a hydraulic fracturing crack moving in the solid rocks of the roof of the reservoir in the vicinity of the treatment workings are obtained within the framework of models of the geomechanical state of the rock mass containing the coal seam, the workings passed through it and the hydraulic fracturing crack, which increases its length abruptly.

The models are based on fundamental methods of elasticity theory in the form of the method of boundary integral equations; methods of the theory of the limiting state of rocks and bulk media in the form of the method of characteristics, general and special criteria of Coulomb–Mohr; methods of mechanics of brittle fracture Griffiths–Irwin.

Within the framework of the models, a large-scale computational experiment was conducted for a number of parameters of the initiation («germline») crack formation to establish a relationship between the length of the well with the initiating crack and the thickness of the solid rock layer in which the hydraulic fracturing crack crosses the entire thickness of the layer, which leads to its collapse.

From a comparative analysis of the results, the range of the effective angle of inclination of the well has been established, at which the hydraulic fracturing crack intersects the largest layer thickness with a minimum number of cycles of pumping working fluid into the well.

Keywords: ROCK MASS, COAL SEAM, SEWAGE TREATMENT PLANT, HYDRAULIC FRACTURING.

REFERENCES

1. Klishin V. I., Zvorygin L. V., Lebedev A. V. and others. Safety issues and new technologies of underground mining of coal deposits. Novosibirsk: Novosibirsk Writer, 2011. 524 p. [In Russ.].
2. Zubkov V. V., Koshelev V. F., Linkov A. M. Numerical modeling of initiation and growth of hydraulic fracturing cracks // FTPrPI. 2007. No. 1. P. 45–63. [In Russ.].
3. Cherny S. G., Lapin V. N., Esipov D. V. and others. Methods of modeling the origin and propagation of cracks. Novosibirsk: Publishing House of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, 2016. 312 p. [In Russ.].
4. Teodorovich E. V., Trofimov A. A., Shumilin I. D. The shape of a flat hydraulic fracturing crack in an elastic impermeable medium at various injection rates // Izvestiya RAS. Mechanics of liquid and gas. 2011. No. 4. P. 109–118. [In Russ.].
5. Cherdantsev N. V. The spread of hydraulic fracturing cracks in the vicinity of the sewage treatment plant // Bulletin of the VostNII Scientific Center for Industrial and Environmental Safety. 2021. No. 2. P. 38–47. [In Russ.].
6. Cherdantsev N. V. One of the approaches to constructing the trajectory of a hydraulic fracturing fracture in a rock mass near a mining operation // Applied Mathematics and Mechanics. 2020. No. 2. P. 208–233. [In Russ.].
7. Cherdantsev N. V. Analysis of the trajectory of a hydraulic fracturing crack near a reservoir and the conditions of its rectilinear growth // Occupational safety in industry. 2021. No. 5. P. 18–23. [In Russ.].
8. Sedov L. I. Continuum mechanics. Moscow: Nauka Publ., 1984. 560 p. [In Russ.].
9. Hellan K. Introduction to the mechanics of destruction. Moscow: Mir, 1988. 364 p. [In Russ.].
10. Baklashov I. V. Fundamentals of Geomechanics. Vol. 1. Moscow: Moscow State Geological Museum. Univ., 2004. 208 p. [In Russ.].
11. Fisenko G. L. Limiting conditions of rocks around workings. Moscow: Nedra, 1976. 272 p. [In Russ.].
12. Cherdantsev N. V. Results of numerical solution of the equations of the limiting state of the marginal zone of the formation and their approximation by polynomials // Occupational safety in industry. 2019. No. 6. P. 7–13. [In Russ.].
13. Sokolovsky V. V. Statics of the bulk medium. Moscow: Nauka, 1990. 272 p. [In Russ.].
14. Lurie A. I. Theory of elasticity. Moscow: Nauka Publ., 1970. 940 p. [In Russ.].
15. Parton V. Z., Perlin P. I. Methods of mathematical theory of elasticity. Moscow: Nauka, 1981. 688 p. [In Russ.].