

DOI: 10.25558/VOSTNII.2025.98.50.001

УДК 622.272:516.02

© С.В. Черданцев, П.А. Шлапаков, Е.А. Шлапаков, В.В. Колыхалов, С.А. Хаймин, 2025

С. В. ЧЕРДАНЦЕВ

д-р техн. наук,
главный научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e-mail: svch01@yandex.ru



П. А. ШЛАПАКОВ

канд. техн. наук,
заведующий лабораторией
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e-mail: shlapak1978@mail.ru



Е. А. ШЛАПАКОВ

научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e-mail: lairxx@yandex.ru



В. В. КОЛЫХАЛОВ

старший научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e-mail: X77kem@mail.ru



С. А. ХАЙМИН

старший научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e-mail: hsa007@mail.ru



ПОСТРОЕНИЕ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ ШАХТНОЙ ПЕРЕМЫЧКИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

Одной из основных особенностей разработки угольных месторождений подземным способом является наличие метана и угольной пыли, образующихся из разрушенного угля. Смешиваясь с воздухом рудничной атмосферы, пыль и метан образуют пылегазовоздушные смеси, предрасположенные к дефлаграционным и детонационным процессам, приводящим к серьезным авариям. Для предотвращения разрушительного воздействия детонационных процессов в рудничной атмосфере в горных выработках устанавливают шахтные перемычки. К настоящему времени разработаны различные конструкции перемычек и технологические схемы их возведения. Однако научно обоснованные методики расчета перемычек пока разработаны лишь

частично, главным образом для перемычек круглого поперечного сечения. В данной статье обсуждается напряженное состояние шахтной перемычки прямоугольного поперечного сечения, расчетная схема которой разработана на базе решения краевой задачи для жесткой пластины в рамках гипотезы Кирхгофа – Лява. Решение краевой задачи построено с помощью метода М. Леви. Найдены компоненты перемещений и напряжений в перемычке от действия ударной волны. Построены графики перемещений и напряжений в зависимости от соотношения сторон перемычки и выявлены некоторые их закономерности.

Ключевые слова: ГОРНЫЕ ВЫРАБОТКИ, ШАХТНЫЕ ПЕРЕМЫЧКИ, ГИПОТЕЗА КИРХГОФА – ЛЯВА, КРАЕВАЯ ЗАДАЧА, МЕТОД ЛЕВИ, РЯДЫ ФУРЬЕ.

ВВЕДЕНИЕ

При отработке угольных пластов, расположенных к самонагреванию [1], проявлению газодинамических [2–4] и детонационных процессов [5, 6] необходимо осуществлять изоляцию действующих горных выработок от выработанных пространств. Основным мероприятием процесса изоляции является возведение шахтных перемычек, конструкции которых следует принимать, исходя из расчетов на прочность. Однако к настоящему времени методики прочностных расчетов перемычек прямоугольного поперечного сечения пока отсутствуют.

В последнее время появился ряд работ [7–11], посвященных исследованию напряженно-деформированного состояния перемычек, установленных в выработках круглого поперечного сечения. Так, в статье [7] на базе волновой теории построена математическая модель перемычки кругового поперечного сечения. Определены частота ударной волны и компоненты напряженного состояния в бетонной перемычке.

В статьях [8, 9] рассматривается осесимметричная деформация шахтной перемычки в статической постановке, а в статье [10] обсуждается модель шахтной перемычки на основе классической модели толстой плиты в линейной постановке. В процессе решения указанных задач получены формулы и построены графики компонентов напряжений, а также выявлены некоторые закономерности их распределения в перемычке.

И, наконец, в статье [11] обсуждается задача о напряженно-деформированном состоянии перемычки при условии, что толщина перемычки составляет 0,1 от ее радиуса.

В результате решения данной задачи установлено, что при действии внешней нагрузки 2 МПа на перемычку радиуса 1,5 м толщиной 0,15 м максимальные напряжения в срединной поверхности перемычки составляют всего 0,568 МПа, а максимальные изгибающие напряжения составляют 149,98 МПа. Поэтому напряжениями в срединной поверхности можно пренебречь по сравнению с изгибными напряжениями.

В отличие от перемычек, рассмотренных в статьях [7–11], здесь рассматриваются прямоугольные перемычки (рис. 1). Разработка расчетной модели шахтной перемычки выполняется на базе теории жестких пластин в рамках следующих допущений [12, 13]:

- 1) прогиб $w(x, y)$ перемычки в направлении оси z постоянен по ее толщине и является малой величиной;
- 2) перемещения $u(x, y)$, $v(x, y)$ в направлении осей Ox , Oy (рис. 1) пренебрежимо малы по сравнению с прогибом $w(x, y)$;

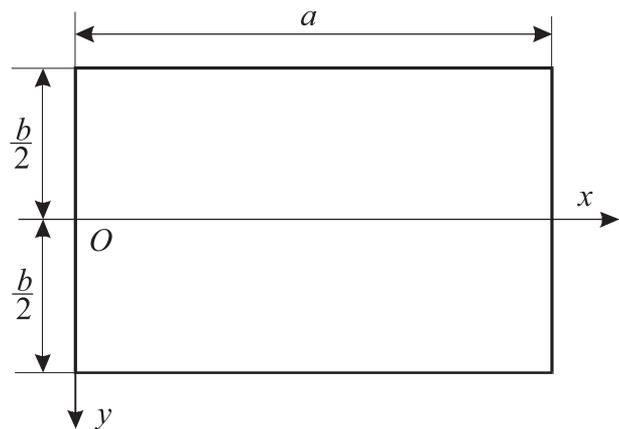


Рис. 1. Геометрические параметры перемычки

3) справедлива гипотеза Кирхгофа — Лява, согласно которой прямолинейные элементы перемычки, перпендикулярные к ее срединной плоскости до деформации, остаются прямолинейными и перпендикулярными к срединной поверхности перемычки после деформации;

4) любой слой перемычки, параллельный срединной плоскости, находится в плоском напряженном состоянии, а давление одних слоев на другие пренебрежимо мало;

5) материал перемычки является изотропным и линейно деформируемым по закону Гука;

6) давление на фронте ударной волны распределено равномерно по площади перемычки, в силу чего ее деформация будет симметричной относительно ее продольной оси.

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О РАВНОВЕСИИ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЕРЕМЫЧКИ, НАГРУЖЕННОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПОПЕРЕЧНОЙ НАГРУЗКОЙ

В силу принятых допущений в прямоугольной перемычке (рис. 1) возникают изгибающие моменты M_x , M_y , связанные с ее прогибом $w = w(x, y)$ следующим образом [12, 13]

$$\begin{aligned} M_x &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \\ M_y &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где $D = Eh^3 / [12(1 - \mu^2)]$ — цилиндрическая жесткость перемычки содержит модуль Юнга E , коэффициент Пуассона μ и толщину перемычки h .

Подставив формулы (1) в уравнение равновесия перемычки [12, 13], нагруженной поперечной нагрузкой $q = q(x, y)$,

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} = -q$$

приходим к следующему дифференциальному уравнению [12, 13]

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D}. \quad (2)$$

Таким образом, задача об изгибе перемычки распределенной поперечной нагрузкой q сводится к процедуре интегрирования уравнения (2), в результате которой появятся постоянные интегрирования, значения которых зависят от типа граничных условий, определяемых условиями закрепления сторон перемычки.

Будем полагать, что перемычка шарнирно закреплена вдоль ее вертикальных и горизонтальных сторон. В силу этого, граничные условия представляются следующим образом:

$$\begin{aligned} w|_{x=0} &= 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = 0, \\ w|_{x=a} &= 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=a} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} w|_{y=b/2} &= 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{y=b/2} = 0, \\ w|_{y=-b/2} &= 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{y=-b/2} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнение (2) и граничные условия (3), (4) образуют краевую задачу, для построения которой воспользуемся методом Леви [12, 13]. Согласно этому методу искомое решение уравнения (2) и внешнюю нагрузку $q(x, y)$ представим в виде следующих рядов

$$\begin{aligned} w(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} Y_m(y) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right), \\ q(x, y) &= \sum_{m=1}^{\infty} q_m(y) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right), \end{aligned} \quad (5)$$

где каждый член первого ряда (5) удовлетворяет граничным условиям (3), при этом Y_m является функцией только координаты y . Поскольку действующая на перемычку нагрузка является $q_0 = \text{const}$, то величину q_m в формуле (5) можно представить следующим образом [13]

$$q_m = \frac{2}{a} \int_0^a q_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx = \frac{2q_0}{a} \cdot \frac{a}{m \cdot \pi} \left[-\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \right]_0^a = -\frac{2q_0}{m \cdot \pi} [\cos(m \cdot \pi) - \cos 0] = \frac{4q_0}{m \cdot \pi}. \quad (6)$$

Подставив формулы (5) в уравнение изгиба пластины (2), получим уравнение

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left(Y_m^{IV} - 2 \frac{m^2 \pi^2}{a^2} Y_m'' + \frac{m^4 \pi^4}{a^4} Y_m \right) \sin \frac{m\pi x}{a} = \sum_{m=1}^{\infty} q_m(y) \sin \frac{m\pi x}{a}, \quad (7)$$

каждый член которого удовлетворяет неоднородному дифференциальному уравнению

$$Y_m^{IV} - 2 \frac{m^2 \pi^2}{a^2} Y_m'' + \frac{m^4 \pi^4}{a^4} Y_m = \frac{q_m}{D}, \quad (8)$$

которое, как известно [14], состоит из общего решения $Y_{m(об)}$ уравнения (8) без правой части и частного решения $Y_{m(ч)}$ соответствующего правой части (8)

$$Y_m = Y_{m(об)} + Y_{m(ч)}. \quad (9)$$

Так как коэффициенты в левой части (8) являются постоянными величинами, то общее решение (8) будем искать в виде [14]

$$Y_{m(об)} = A_m e^{ry}. \quad (10)$$

Подставив в уравнение (8) без правой части, получим характеристическое уравнение

$$r^4 - 2\alpha_m^2 r^2 + \alpha_m^4 = 0,$$

распадающееся на систему двух одинаковых уравнений второго порядка

$$\begin{cases} r^2 - \alpha_m^2 = 0, \\ r^2 - \alpha_m^2 = 0, \end{cases}$$

корнями которых являются величины

$$r_1 = \alpha_m, \quad r_2 = -\alpha_m, \quad r_3 = \alpha_m, \quad r_4 = -\alpha_m,$$

где

$$\alpha_m = \frac{m \cdot \pi}{a}. \quad (11)$$

Поскольку корни характеристического уравнения попарно равны между собой, то общее решение уравнения (8) представляется в следующем виде [14]

$$Y_{m(об)} = (a_m + b_m y) e^{\alpha_m y} + (c_m + d_m y) e^{-\alpha_m y}. \quad (12)$$

Воспользовавшись известными соотношениями

$$e^y = \text{ch}(y) + \text{sh}(y), \quad e^{-y} = \text{ch}(y) - \text{sh}(y),$$

представим решение (12) в более удобном для вычислительных процедур виде

$$Y_{m(об)} = A_m \text{ch}(\alpha_m y) + B_m \cdot \text{sh}(\alpha_m y) + C_m \cdot \alpha_m y \cdot \text{ch}(\alpha_m y) + D_m \cdot \alpha_m y \cdot \text{sh}(\alpha_m y), \quad (13)$$

где A_m, B_m, C_m, D_m — «новые» постоянные интегрирования, связанные со «старыми» постоянными следующими соотношениями

$$A_m = a_m + c_m, \quad B_m = a_m - c_m,$$

$$C_m = \frac{b_m + d_m}{\alpha_m}, \quad D_m = \frac{b_m - d_m}{\alpha_m}.$$

Частное решение уравнения (8) в данной статье найдем для случая, когда распределенная нагрузка определяется формулой (6). Поскольку $q_0 = \text{const}$, то q_m также является постоянной величиной, поэтому частное решение будем искать в виде постоянной величины [14]

$$Y_{m(ч)} = G_m, \quad (14)$$

подставляя которую в уравнение (8), имеем

$$Y_{m(ч)} = G_m = \frac{q_m}{\alpha_m^4 D}. \quad (15)$$

Учитывая в формуле (9) найденные общее (13) и частное (15) решения, получим

$$Y_m = A_m \text{ch}(\alpha_m y) + B_m \cdot \text{sh}(\alpha_m y) + C_m \cdot \alpha_m y \cdot \text{ch}(\alpha_m y) + D_m \cdot \alpha_m y \cdot \text{sh}(\alpha_m y) + \frac{q_m}{\alpha_m^4 D}. \quad (16)$$

Поскольку изогнутая поверхность перемычки симметрична относительно оси x вследствие симметрии конструкции и приложенной нагрузки, то в формуле (16) удержим только четные функции от y , приняв

$B_m = C_m = 0$. В силу этого, формула (16) приобретает вид

$$Y_m = A_m \operatorname{ch}(\alpha_m y) + D_m \cdot \alpha_m y \cdot \operatorname{sh}(\alpha_m y) + \frac{q_m}{\alpha_m^4 D}, \quad (17)$$

а ее первая и вторая производные соответственно равны

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y_m}{\partial y} &= A_m \alpha_m \operatorname{sh}(\alpha_m y) + D_m \alpha_m \operatorname{sh}(\alpha_m y) + \\ &+ D_m y \cdot \alpha_m^2 \operatorname{ch}(\alpha_m y), \\ \frac{\partial^2 Y_m}{\partial y^2} &= A_m \alpha_m^2 \operatorname{ch}(\alpha_m y) + 2D_m \alpha_m^2 \operatorname{ch}(\alpha_m y) + \\ &+ D_m y \cdot \alpha_m^3 \operatorname{sh}(\alpha_m y). \end{aligned} \quad (18)$$

Далее подставим найденную Y_m в первую формулу (5), получаем функцию

$$\begin{aligned} w &= \sum_{m=1}^{\infty} \left[A_m \operatorname{ch}(\alpha_m y) + \right. \\ &\left. + D_m \cdot \alpha_m y \cdot \operatorname{sh}(\alpha_m y) + \frac{q_m}{\alpha_m^4 D} \right] \sin(\alpha_m x), \end{aligned} \quad (19)$$

где будем учитывать только нечетные члены с индексами $m = 1, 3, 5, \dots$, а постоянные интегрирования A_m и D_m определим из граничных условий (4). Подставляя в первые два условия (4) формулу (5) с учетом выражений (17) и (18), получим систему двух алгебраических уравнений

$$A_m \operatorname{ch}\left(\frac{\alpha_m b}{2}\right) + D_m \frac{\alpha_m b}{2} \operatorname{sh}\left(\frac{\alpha_m b}{2}\right) + \frac{q_m}{\alpha_m^4 D} = 0, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} A_m \operatorname{ch}\left(\frac{\alpha_m b}{2}\right) + 2D_m \operatorname{ch}\left(\frac{\alpha_m b}{2}\right) + \\ + D_m \frac{\alpha_m b}{2} \operatorname{sh}\left(\frac{\alpha_m b}{2}\right) = 0, \end{aligned} \quad (21)$$

откуда находим постоянные интегрирования A_m, D_m

$$\begin{aligned} A_m &= -\frac{q_m}{2\alpha_m^4 D \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{\alpha_m b}{2}\right)} \left[\frac{1}{2} \alpha_m b \cdot \operatorname{th}\left(\frac{\alpha_m b}{2}\right) + 2 \right], \\ D_m &= \frac{q_m}{2\alpha_m^4 D \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{\alpha_m b}{2}\right)}. \end{aligned} \quad (22)$$

Учитывая в формулах (22) соотношения (6) и (11), приведем (22) к виду

$$\begin{aligned} A_m &= -\frac{2q_0 a^4}{m^5 \pi^5 D \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{u_m}{2}\right)} \left[\frac{u_m}{2} \operatorname{th}\left(\frac{u_m}{2}\right) + 2 \right], \\ D_m &= \frac{2q_0 a^4}{m^5 \pi^5 D \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{u_m}{2}\right)}, \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$u_m = \alpha_m \cdot b = \frac{m \cdot \pi \cdot b}{a}. \quad (24)$$

Подставив формулы (23) сначала в (17), а затем в ряд (5) и выполнив преобразования, получим уравнение изогнутой поверхности шарнирно закрепленной пластины

$$\begin{aligned} w(x, y) &= \frac{4q_0 a^4}{D \cdot \pi^5} \sum_{m=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{m^5} \left[1 - \frac{u_m \cdot \operatorname{th}\left(\frac{u_m}{2}\right) + 4}{4 \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{u_m}{2}\right)} \operatorname{ch}\left(u_m \frac{y}{b}\right) + \right. \\ &\left. + \frac{u_m \frac{y}{b} \cdot \operatorname{sh}\left(u_m \frac{y}{b}\right)}{2 \operatorname{ch}\left(\frac{u_m}{2}\right)} \right] \sin\left(u_m \frac{x}{b}\right), \end{aligned} \quad (25)$$

с помощью которого мы можем вычислить прогибы в любой точке пластины.

АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Ввиду геометрической симметрии прямоугольной перемычки и ее граничных условий, очевидно, максимальный прогиб возникает в ее середине при $x = a/2, y = 0$ (см. рис. 1). Подставив эти значения в формулу (25) и учитывая, что

$$\operatorname{ch}(0) = 1, \quad \operatorname{sh}(0) = 0, \quad \sin\left(\frac{m \cdot \pi}{2}\right) = (-1)^{(m-1)/2}, \quad (26)$$

имеем

$$w_{\max} = \frac{4q_0 a^4}{D \cdot \pi^5} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{(m-1)/2}}{m^5} \left[1 - \frac{u_m \cdot \operatorname{th}\left(\frac{u_m}{2}\right) + 4}{4 \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{u_m}{2}\right)} \right]. \quad (27)$$

Для определения изгибающих моментов M_x и M_y найдем производные $\partial^2 w / \partial x^2$, $\partial^2 w / \partial y^2$, для чего дважды продифференцируем функцию (19) сначала по x

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = - \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \alpha_m^2 \left[A_m \operatorname{ch}(\alpha_m y) + D_m \cdot \alpha_m y \cdot \operatorname{sh}(\alpha_m y) + \frac{4q_0 a^4}{m^5 \pi^5 D} \right] \sin(\alpha_m x), \quad (28)$$

а затем по y . При дифференцировании по y воспользуемся выражениями (5) и (18), в результате чего получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left\{ \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} Y_m(y) \sin(\alpha_m x) \right\} = \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\partial^2 Y_m(y)}{\partial y^2} \sin(\alpha_m x) = \\ &= \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \alpha_m^2 \left[A_m \operatorname{ch}(\alpha_m y) + 2D_m \operatorname{ch}(\alpha_m y) + D_m y \cdot \alpha_m \operatorname{sh}(\alpha_m y) \right] \sin(\alpha_m x). \end{aligned} \quad (29)$$

Найденные производные (28) и (29) подставим в выражения (1), и, выполнив преобразования, найдем выражения для изгибающих моментов

$$M_x = (1-\mu)D \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \alpha_m^2 \left\{ A_m \operatorname{ch}(\alpha_m y) + D_m \left[y \cdot \alpha_m \operatorname{sh}(\alpha_m y) - \frac{2\mu}{1-\mu} \operatorname{ch}(\alpha_m y) \right] + \frac{4}{(1-\mu)D} \cdot \frac{q_0 a^4}{m^5 \pi^5} \right\} \sin(\alpha_m x), \quad (30)$$

$$\begin{aligned} M_y &= -D(1-\mu) \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \alpha_m^2 \left\{ A_m \operatorname{ch}(\alpha_m y) + D_m \left[y \cdot \alpha_m \operatorname{sh}(\alpha_m y) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2}{1-\mu} \operatorname{ch}(\alpha_m y) \right] - \frac{4\mu}{1-\mu} \cdot \frac{q_0 a^4}{m^5 \pi^5 D} \right\} \sin(\alpha_m x), \end{aligned} \quad (31)$$

где величины A_m , D_m определяются по формулам (23), а параметр α_m — по формуле (11).

Очевидно, что в рассматриваемых условиях нагружения переменычки наибольшие изгибающие моменты возникают в ее центре. Поэтому, подставив в формулы (30), (31) значения $x = a/2$, $y = 0$ и учитывая в полученных формулах соотношения (26), приходим к формулам

$$\begin{aligned} M_{x,\max} &= (1-\mu)D \frac{\pi^2}{a^2} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} m^2 (-1)^{(m-1)/2} \left(A_m - D_m \frac{2\mu}{1-\mu} + \frac{4}{(1-\mu)D} \cdot \frac{q_0 a^4}{m^5 \pi^5} \right), \\ M_{y,\max} &= -(1-\mu)D \frac{\pi^2}{a^2} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} m^2 (-1)^{(m-1)/2} \left(A_m + D_m \frac{2}{1-\mu} - \frac{4\mu}{1-\mu} \cdot \frac{q_0 a^4}{m^5 \pi^5 D} \right). \end{aligned}$$

Переходя к безразмерному прогибу \bar{w}_{\max} и безразмерным изгибающим моментам $\bar{M}_{x,\max}$, $\bar{M}_{y,\max}$ по формулам

$$\bar{w}_{\max} = \frac{w_{\max}}{q_0 a^4}, \quad \bar{M}_{x,\max} = \frac{M_{x,\max}}{q_0 a^2}, \quad \bar{M}_{y,\max} = \frac{M_{y,\max}}{q_0 a^2} \quad (32)$$

и учитывая формулы (23), получим следующие выражения для безразмерного прогиба и безразмерных изгибающих моментов

$$\bar{w}_{\max} = \frac{4}{\pi^5} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{(m-1)/2}}{m^5} \left[1 - \frac{u_m \cdot \operatorname{th}\left(\frac{u_m}{2}\right) + 4}{4 \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{u_m}{2}\right)} \right], \quad (33)$$

$$\bar{M}_{x,\max} = \frac{4}{\pi^3} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{(m-1)/2}}{m^3} \left\{ -\frac{1-\mu}{2} \frac{1}{\operatorname{ch}\left(\frac{u_m}{2}\right)} \left[\frac{u_m}{2} \operatorname{th}\left(\frac{u_m}{2}\right) + 2 \right] - \frac{\mu}{\operatorname{ch}\left(\frac{u_m}{2}\right)} + 1 \right\}, \quad (34)$$

$$\bar{M}_{y,\max} = -\frac{4}{\pi^3} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{(m-1)/2}}{m^3} \left\{ -\frac{1-\mu}{2 \operatorname{ch}\left(\frac{u_m}{2}\right)} \left[\frac{u_m}{2} \operatorname{th}\left(\frac{u_m}{2}\right) + 2 \right] + \frac{1}{\operatorname{ch}\left(\frac{u_m}{2}\right)} - \mu \right\}. \quad (35)$$

На рис. 2 представлены графики зависимостей прогибов \bar{w}_{\max} и моментов $\bar{M}_{x,\max}$, $\bar{M}_{y,\max}$ в перемычке от величины $\eta = b/a$, вычисленных при $\mu = 0,3$.

В ходе вычислительных процедур установлено, что ряды (33) — (35) хорошо сходятся, особенно при вычислении максимального прогиба. Разница в значениях искомых функций, вычисленных при количестве членов ряда соответственно $m = 3$ и $m = 5$, составляет менее 1 %. Поэтому в данной статье при выполнении вычислительных процедур в рядах (33) – (35) удерживались только два первых члена.

Из анализа графиков, следует, что с ростом η все три искомые функции растут. При этом, наиболее существенно увеличивается функция $\bar{M}_{x,\max}(\eta)$, график которой (как и график функция $\bar{w}_{\max}(x)$), представляет собой слабо вогнутую кривую, не имеющую экстремальных значений. В то же время, график функции $\bar{M}_{y,\max}(\eta)$ является выпуклой кривой, которая по мере роста величины η вырождается в прямую горизонтальную линию. Вычислительные процедуры показывают, что при $\eta \geq 4$ изгибающий момент $\bar{M}_{y,\max}(\eta)$ уже не зависит от величины η . Обратим внимание, что в квадратной перемычке (при $\eta = 1$) изгибающие моменты $\bar{M}_{x,\max}(\eta)$ и $\bar{M}_{y,\max}(\eta)$, как и следовало ожидать, равны между собой.

Зная величину η и соответствующие ей максимальные

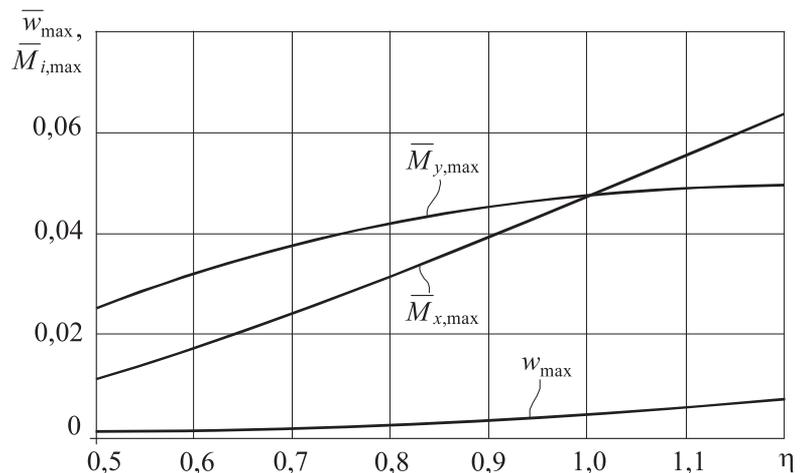


Рис. 2. Графики зависимостей максимальных безразмерных значений прогиба и изгибающих моментов в перемычке от отношения $\eta = b/a$

изгибающие моменты, находим максимальные напряжения [12, 13]

$$\begin{aligned} \sigma_{x,\max} &= \frac{6M_{x,\max}(\eta)}{h^2} \\ \sigma_{y,\max} &= \frac{6M_{y,\max}(\eta)}{h^2} \end{aligned} \quad (36)$$

и полагая, что эти напряжения являются главными

$$\sigma_{x,\max} = \sigma_1, \quad \sigma_{y,\max} = \sigma_2, \quad (37)$$

определим эквивалентные напряжения, используя критерий предельного состояния Губера — Мизеса [15]

$$\frac{\sigma_{\text{ekv}}}{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}} \leq [\sigma]$$

который для плоского напряженного состояния ($\sigma_3 = 0$) приобретает вид

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \leq [\sigma], \quad (38)$$

где $[\sigma]$ — допускаемое напряжение для материала перемычки, которое представляет собой отношение предела прочности материала перемычки σ_p к коэффициенту запаса прочности n :

$$[\sigma] = \frac{\sigma_p}{n}. \quad (39)$$

В квадратной перемычке, как было ранее отмечено, изгибающие моменты равны между собой и поэтому главные напряжения, как следует из формул (36) и (37), также равны друг другу $\sigma_1 = \sigma_2$, в силу чего, формула (38) существенно упрощается

$$\sigma_{\text{ekv}} = \sigma_1 \leq [\sigma]. \quad (40)$$

Подставляя в условие (40) одну из формул (36) с учетом (32), приходим к следующему условию

$$\frac{6q_0 \bar{M}_{x,\max}}{\delta^2} \leq [\sigma], \quad (41)$$

где $\delta = h/a$ — относительная толщина перемычки, а значение $\bar{M}_{x,\max}$ вычисляется по

формуле (34) при $\eta = 1$. Из условия (41) следует, что относительная толщина перемычки должна быть не менее

$$\delta \geq \sqrt{\frac{6q_0 \bar{M}_{x,\max}}{[\sigma]}}. \quad (42)$$

На базе нестрогого неравенства (42) в статье рассмотрены две функции $\delta(q_0)$ и $\delta([\sigma])$, графики которых показаны на рис. 3 и рис. 4.

Анализ графиков на рис. 3, рис. 4 показывает, что с ростом давления на фронте ударной волны q_0 относительная толщина перемычки нелинейно увеличивается, а с увеличением предела прочности бетона $[\sigma]$, наоборот, уменьшается. При этом график функции $\delta(q_0)$ представляет собой монотонно возрастающую выпуклую кривую (рис. 3), а график функции $\delta([\sigma])$ является монотонно убывающей вогнутой кривой (рис. 4).

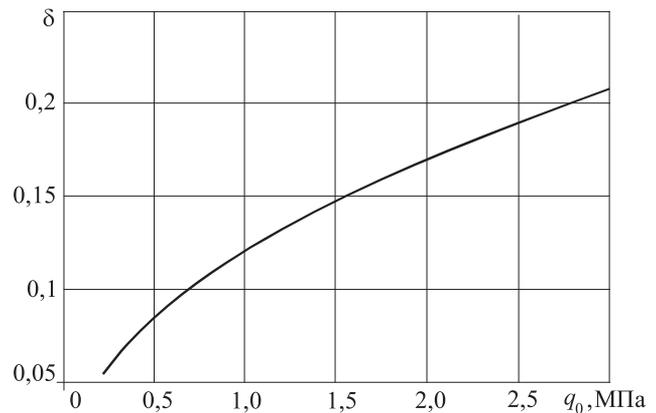


Рис. 3. График зависимости относительной толщины перемычки от давления на фронте ударной волны

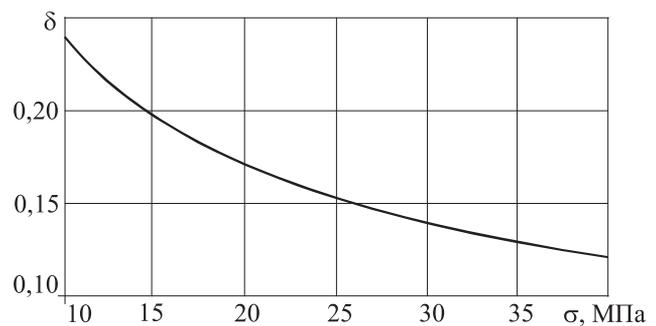


Рис. 4. График зависимости относительной толщины перемычки от предела прочности материала перемычки

В качестве примера найдем толщину h перемычки квадратного поперечного сечения со стороной $a = 3$ м, на которую действует ударная волна, давление на фронте которой равно $q_0 = 2$ МПа. Перемычка изготовлена из бетона, предел прочности которого составляет $\sigma_p = 30$ МПа. Коэффициент запаса прочности принят $n = 2$.

Решение данной задачи построим в следующем порядке:

1) по формуле (39) определяем допускаемое напряжение

$$[\sigma] = \frac{\sigma_p}{n} = \frac{30}{2} = 15 \text{ МПа},$$

2) по формуле (34) определяем изгибающий момент

$$\bar{M}_{x,\max} = 0,048,$$

3) из условия (42) находим относительную толщину $\delta \geq 0,196$,

4) вычисляем искомую толщину перемычки $h \geq 0,587$ м и принимаем окончательное значение $h = 0,6$ м.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполненных исследований:

— представлены формулы в виде функциональных рядов для вычисления максимальных перемещений и изгибающих моментов в прямоугольной шахтной перемычке;

— на основе выполненного анализа скорости сходимости рядов показано, что для вычисления искомых перемещений и изгибающих моментов в прямоугольной перемычке достаточно ограничиться в рядах только двумя первыми членами;

— установлено, что с ростом отношения высоты к ширине поперечного сечения перемычки максимальные значения прогиба и изгибающих моментов в ней нелинейно увеличиваются;

— выявлено, что с ростом давления на фронте ударной волны толщина перемычки нелинейно увеличивается, а с увеличением предела прочности материала перемычки — нелинейно уменьшается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Линденау Н. И., Маевская В. М., Крылов В. Ф. Происхождение, профилактика и тушение эндогенных пожаров в угольных шахтах. М.: Недра, 1977. 320 с.
2. Черданцев Н. В. Об одном подходе к расчету выброса угля из газоносного пласта, вмещающего геологические нарушения // Безопасность труда в промышленности. 2019. № 8. С. 13–18.
3. Черданцев С. В., Шлапаков П. А., Потапов П. В., Голоскоков С. И., Лебедев К. С., Шлапаков Е. А. Математическое моделирование процесса формирования и выброса смеси «газ – уголь» в горные выработки // Вестник Научного центра ВостНИИ по промышленной и экологической безопасности. 2023. № 3. С. 40–52.
4. Черданцев С. В., Шлапаков П. А., Лебедев К. С. Анализ внезапного выброса газопыльной смеси из полости конической формы, сформированной в процессе выброса // Горная промышленность. 2023. № 6. С. 109–115.
5. Fomin V. M., Postnikov B. V., Kolotilov V. A., Shalaev V. S., Shalaev Y. V., Florya N. F. Modeling shock wave processes in a mine opening with permeable barriers // Journal of Mining Science. 2019. Vol. 55. Iss. 1. P. 18–22.
6. Черданцев С. В., Филатов Ю. М., Шлапаков П. А. Структура и параметры ударного фронта в вязком теплопроводном газозоудушном потоке горной выработки // Горный информационно аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2019. № 10. С. 183–194.
7. Черданцев С. В., Шлапаков П. А., Голоскоков С. И., Ерастов А. Ю., Лебедев К. С., Шлапаков Е. А. О формировании напряженного состояния в шахтной перемычке при прохождении через нее ударной волны // Вестник Научного центра ВостНИИ по промышленной и экологической безопасности. 2023. № 1. С. 47–62.
8. Черданцев С. В., Ерастов А. Ю. Математическое моделирование напряженного состояния в шахтной перемычке, установленной в выработке круглого поперечного сечения // Уголь. 2023. № 2. С. 34–40.

9. Черданцев С. В., Шлапаков П. А., Ерастов А. Ю., Лебедев К. С. Напряженное состояние в шахтной переемычке, обусловленное давлением на фронте ударной волны // Безопасность труда в промышленности. 2023. № 2. С. 7–14.

10. Черданцев С. В., Шлапаков П. А., Ерастов А. Ю., Лебедев К. С., Хаймин С. А. Построение модели шахтной переемычки на базе расчетной схемы толстой плиты // Горная промышленность. 2023. № 1. С. 110–116.

11. Черданцев С. В., Шлапаков П. А., Шлапаков Е. А., Хаймин С. А., Колыхалов В. В., Лебедев К. С. Разработка модели шахтной переемычки на базе расчетной схемы тонкой гибкой пластины // Вестник Научного центра ВостНИИ по промышленной и экологической безопасности. 2023. № 3. С. 38–50.

12. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: Наука, 1966. 636 с.

13. Соломенко Н. С., Абрамян К. Г., Сорокин В. В. Прочность и устойчивость пластин и оболочек судового корпуса. Л. Судостроение, 1967. 488 с.

14. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Мир, 1970. 720 с.

15. Ишлинский А. Ю., Ивлев Д. Д. Математическая теория пластичности. М.: Физматлит. 2003. 704 с.

DOI: 10.25558/VOSTNII.2025.98.50.001

UDC 622.272:516.02

© S. V. Cherdantsev, P. A. Shlapakov, E. A. Shlapakov, V. V. Kolykhalov, 2025

S. V. CHERDANTSEV

Doctor of Engineering Sciences,
Chief Researcher
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e-mail: svch01@yandex.ru

E. A. SHLAPAKOV

Researcher
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e-mail: lairxx@yandex.ru

P. A. SHLAPAKOV

Candidate of Engineering Sciences,
Head of Laboratory
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e-mail: shlapak1978@mail.ru

V. V. KOLYKHALOV

Senior Research Associate
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e-mail: X77kem@mail.ru

S. A. KHAYMIN

Senior Research Associate
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e-mail: hsa007@mail.ru

CONSTRUCTION OF A DESIGN SCHEME FOR A RECTANGULAR CROSS-SECTION SHAFT BRIDGE

One of the main features of underground mining of coal deposits is the presence of methane and coal dust formed from the destroyed coal. Mixing with the air of the mine atmosphere, dust and methane form dust and gas-air mixtures predisposed to deflagration and detonation processes leading to serious accidents. To prevent the destructive effects of detonation processes in the mine atmosphere, shaft bridges are installed in the mine workings. To date, various bridge designs and technological schemes for their construction have been developed. However, scientifically based methods for calculating lintels have so far been developed only partially, mainly for lintels with circular cross-section. This article discusses the stress state of a rectangular cross-section shaft bridge, the design scheme of which is based on solving the boundary value problem for a rigid plate in the framework of the Kirchhoff-Love hypothesis. The solution of the boundary value problem is constructed using the M. Levy method. The components of displacements and stresses in the bridge from

the action of the shock wave are found. Graphs of displacements and stresses are constructed depending on the aspect ratio of the bridge and some of their patterns are revealed.

Keywords: MINING WORKINGS, MINE BRIDGES, KIRCHHOFF–LOVE HYPOTHESIS, BOUNDARY VALUE PROBLEM, LEVY METHOD, FOURIER SERIES.

REFERENCES

1. Lindenau N. I., Maevskaya V. M., Krylov V. F. Origin, prevention and extinguishing of endogenous fires in coal mines. Moscow: Nedra, 1977. 320 p. [In Russ.].
2. Cherdantsev N. V. On one approach to calculating coal emissions from a gas-bearing reservoir containing geological disturbances // Occupational safety in industry [Bezopasnost truda v promyshlennosti]. 2019. No. 8. P. 13–18. [In Russ.].
3. Cherdantsev S. V., Shlapakov P. A., Potapov P. V., Goloskokov S. I., Lebedev K. S., Shlapakov E. A. Mathematical modeling of the formation and release of a gas–coal mixture into mine workings // Bulletin of the VostNII Scientific Center for Industrial and Environmental Safety [Vestnik Nauchnogo tsentra VostNII po promyshlennoy i ekologicheskoy bezopasnosti]. 2023. No. 3. P. 40–52. [In Russ.].
4. Cherdantsev S. V., Shlapakov P. A., Lebedev K. S. Analysis of the sudden release of a carbon-gas mixture from a conical cavity formed during the release process // Mining Industry [Gornaya promyshlennost]. 2023. No. 6. P. 109–115. [In Russ.].
5. Fomin V. M., Postinkov B. V., Kolotilov V. A., Shalaev V. S., Shalaev Y. V., Florya N. F. Modeling shock wave processes in a mine opening with permeable barriers // Journal of Mining Science. 2019. Vol. 55. Iss. 1. P. 18–22.
6. Cherdantsev S. V., Filatov Yu. M., Shlapakov P. A. Structure and parameters of the shock front in a viscous heat-conducting gas-air flow of a mine working // Mining information and analytical bulletin (scientific and technical journal) [Gornyy informatsionno analiticheskiy byulleten (nauchno-tekhnicheskii zhurnal)]. 2019. No. 10. P. 183–194. [In Russ.].
7. Cherdantsev S. V., Shlapakov P. A., Goloskokov S. I., Erastov A. Yu., Lebedev K. S., Shlapakov E. A. On the formation of a stress state in a mine bulkhead when a shock wave passes through it // Bulletin of the Scientific Center of the Eastern Research Institute for Industrial and Environmental Safety [Vestnik Nauchnogo tsentra VostNII po promyshlennoy i ekologicheskoy bezopasnosti]. 2023. No. 1. P. 47–62. [In Russ.].
8. Cherdantsev S. V., Erastov A. Yu. Mathematical modeling of the stress state in a mine bulkhead installed in a working of a circular cross-section // Coal [Ugol]. 2023. No. 2. P. 34–40. [In Russ.].
9. Cherdantsev S. V., Shlapakov P. A., Erastov A. Yu., Lebedev K. S. Stress state in a mine bulkhead caused by pressure at the shock wave front // Occupational safety in industry [Bezopasnost truda v promyshlennosti]. 2023. No. 2. P. 7–14. [In Russ.].
10. Cherdantsev S. V., Shlapakov P. A., Erastov A. Yu., Lebedev K. S., Khaimin S. A. Construction of a model of a mine bulkhead based on the calculation scheme of a thick slab // Mining Industry [Gornaya promyshlennost]. 2023. No. 1. P. 110–116. [In Russ.].
11. Cherdantsev S. V., Shlapakov P. A., Shlapakov E. A., Khaimin S. A., Kolykhalov V. V., Lebedev K. S. Development of a model of a mine bulkhead based on the calculation scheme of a thin flexible plate // Bulletin of the Scientific Center of the Eastern Research Institute for Industrial and Environmental Safety [Vestnik Nauchnogo tsentra VostNII po promyshlennoy i ekologicheskoy bezopasnosti]. 2023. No. 3. P. 38–50. [In Russ.].
12. Timoshenko S. P., Voinovsky-Krieger S. Plates and shells. Moscow: Nauka, 1966. 636 p. [In Russ.].
13. Solomenko N. S., Abramyan K. G., Sorokin V. V. Strength and stability of plates and shells of a ship's hull. L. Sudostroenie, 1967. 488 p. [In Russ.].
14. Hartman F. Ordinary Differential Equations. Moscow: Mir, 1970. 720 p. [In Russ.].
15. Ishlinsky A. Yu., Ivlev D. D. Mathematical theory of plasticity. Moscow: Fizmatlit. 2003. 704 p. [In Russ.].