



I ПОЖАРНАЯ И ПРОМЫШЛЕННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ

DOI: 10.25558/VOSTNII.2020.52.49.001

УДК 622.272:516.02

© С.В. Черданцев, П.А. Шлапаков, С.И. Голоскоков, А.Ю. Ерастов, Г.А. Липина, 2020

С.В. ЧЕРДАНЦЕВ

д-р техн. наук,
главный научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e-mail: svch01@yandex.ru



П.А. ШЛАПАКОВ

канд. техн. наук,
заведующий лабораторией
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e-mail: shlapak1978@mail.ru



С.И. ГОЛОСКОКОВ

канд. техн. наук,
заведующий лабораторией
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e-mail: s.goloskokov@nc-vostnii.ru



А.Ю. ЕРАСТОВ

старший научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e-mail: eractov_a_y@mail.ru



Г.А. ЛИПИНА

старший преподаватель
КузГТУ, г. Кемерово
e-mail: a746025@yandex.ru



АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ МЕЛКОДИСПЕРСНЫХ ПЫЛЕГАЗОВОЗДУШНЫХ СМЕСЕЙ НА ПРОЦЕССЫ ИХ ГОРЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК

Повышение добычи угля подземным способом, как правило, приводит к проявлению негативных факторов, в первую очередь, теплофизических и газодинамических процессов. Причиной первых из них являются химические процессы окисления угля, что приводит к образованию очагов самонагревания в породугольных скоплениях, и, как следствие, к изменению температуры горных пород, угольных целиков и атмосферы горных выработок. Это значительно увеличивает предрасположенность пылегазовоздушных смесей к зажиганию и горению, что может привести к детонационным процессам и возникновению ударных волн, представляющих особую опасность в условиях угольных шахт. В статье рассматриваются процессы стационарного горения пылегазовоздушных смесей в кинетической и диффузионной областях.

Для исследования горения смесей в кинетической и диффузионной областях сформулирована задача Коши для нелинейного дифференциального уравнения первого порядка, решение которого построено численно. Найдены собственные значения и собственные функции задачи Коши, в том числе и критическое значение, ниже которого задача Коши не имеет решения. Описание горения смесей в диффузионной области выполнено на базе краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка, в котором учтена как молекулярная диффузия, так и конвективный массообмен. Установлено, что процесс горения смесей в диффузионной области имеет место только в том случае, если концентрация реагирующего газа в зоне горения изменяется экспоненциально. Получена формула, определяющая длину зоны горения в диффузионной области, и построены графики её изменения в зависимости от ряда параметров пылегазовоздушных смесей.

Ключевые слова: ГОРНЫЕ ВЫРАБОТКИ, ПЫЛЕГАЗОВОЗДУШНЫЕ СМЕСИ, ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ, ДИФфуЗИЯ, КОНВЕКЦИЯ, ЗАКОН АРРЕНИУСА, КИНЕТИЧЕСКАЯ И ДИФфуЗИОННАЯ ОБЛАСТИ, СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ И СОБСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ, КОЭФФИЦИЕНТ МАССОБМЕНА, ЧИСЛО ШЕРВУДА, ДИФфуЗИОННОЕ ЧИСЛО ПРАНДТЛЯ.

ВВЕДЕНИЕ

В процессе работы очистных и проходческих комбайнов, бурильных установок и другого шахтного оборудования неизбежно появляется угольная пыль, которая, взаимодействуя с газовоздушной атмосферой очистных и подготовительных выработок, образует пылегазовоздушные смеси (ПГВС), представляющие собой частицы угля в газовоздушной атмосфере горных выработок. Пылегазовоздушные смеси способны к возгоранию при наличии даже кратковременных источников зажигания, в качестве которых может быть открытый огонь, искры, возникшие от трения работающих частей механизмов или от взаимодействия режущих органов горных машин и инструментов. При определенных условиях

процесс горения ПГВС может приобрести детонационный характер, но может, наоборот, быстро потухнуть.

Процессы зажигания, горения и детонации достаточно хорошо изучены, а библиография по этой тематике весьма обширна и разнообразна. Однако заметим, что подавляющее большинство работ относятся к сжиганию углеродосодержащих веществ в специальных энергетических установках для получения тепловой энергии и ее дальнейшему преобразованию.

Отличительная особенность данной статьи заключается, во-первых, в том, что горные выработки представляют собой специфические области горения, существенно отличающиеся от камер сгорания и топок ко-

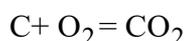
тельных агрегатов, где происходят сжигания органического топлива на тепловых электростанциях. Во-вторых, тем, что процесс горения ПГВС в горных выработках происходит в направленном газоздушном потоке, в отличие от горения смесей в топках и камерах сгорания ТЭС. Цель данной работы состоит в анализе влияния различных параметров мелкодисперсных пылегазовоздушных смесей на процесс их горения в диффузионной и кинетической областях.

1. Основные допущения и уравнения, описывающие процесс горения пылегазовоздушных смесей

Задачи о горении ПГВС в различных областях будем рассматривать в рамках следующих допущений.

1. Размеры области, представляющей собой горную выработку, занятой ПГВС, гораздо больше расстояний между угольными частицами, поэтому ПГВС рассматриваются как однородная среда.

2. Считаем, что единственным источником теплоты в процессе горения угольных частиц является химическая реакция окисления углерода



без учета промежуточных стадий.

3. Выгоранием угольных частиц за индукционный период и диффузионным сопротивлением переносу окислителя вглубь ПГВС при определении критических температур воспламенения пренебрегаем.

4. Теплообмен внутри области горения осуществляется только за счет теплопроводности и конвекции, без учета лучистого теплообмена.

Первой стадией процесса горения является подвод окислителя к реагирующей ПГВС. Подвод осуществляется посредством молекулярной, конвективной и тепловой диффузии, характеризуемой вектором плотности I , определяемым по формуле (1–3):

$$I = -D\nabla c + vc - \sigma D\nabla T, \quad (1)$$

где ∇ — оператор Гамильтона, равный $\frac{d}{dx}i + \frac{d}{dy}j + \frac{d}{dz}k$ и представляющий собой градиент скалярной функции; i, j, k — единичные векторы, характеризующие направление декартовых координат x, y, z . Температура T и концентрация c пылегазовоздушной смеси являются искомыми функциями координат x, y, z и времени t , а коэффициент диффузии D определяется по формуле (1–3)

$$D = D_n \left(\frac{T}{T_0} \right)^n \frac{p_n}{p}, \quad (2)$$

в которой D_n — коэффициент диффузии при нормальной температуре T_n и давлении p_n , а $n = 1,5 \div 2$ является показателем степени. Величина σ представляет собой коэффициент термодиффузии. И, наконец, v является вектором скорости воздушного потока в горной выработке, вследствие чего происходит перенос ПГВС конвекцией.

Поскольку на первой стадии реакции горения происходит только подвод окислителя, а зажигания еще не происходит, то температура и давление в различных точках рассматриваемой области примерно одинаковы: $T \approx T_n, p \approx p_n$, в силу чего в формулах (1) и (2) мы можем принять [1–4]

$$\nabla T = 0, \quad D = D_n = \text{const}. \quad (3)$$

Подвод газообразного реагента в зону реакции приводит к изменению концентрации c вещества и к изменению количества одного из реагирующих веществ в единицу времени в единице объема. Скорость изменения концентрации c вещества определяется не только диффузией и конвекцией, но и скоростью химической реакции горения, характеризуемой величиной q , которую можно рассматривать как интенсивность «источника» (или «стока»).

Приравняв это изменение в рассматриваемой области V соответствующему притоку или расходу вещества за произвольный промежуток времени, имеем [1, 2]

$$\int_V \frac{\partial c}{\partial t} dV = \int_V q dV - \int_S \mathbf{I} \cdot \mathbf{ndS}, \quad (4)$$

где t — время; \mathbf{n} — единичный вектор внешней нормали к поверхности S , являющейся границей области горения V , а точкой обозначена операция скалярного произведения векторов. Затем, подставляя в равенство (4) формулы(1), (3), приходим к равенству

$$\int_V \frac{\partial c}{\partial t} dV = \int_V q dV - \int_S (-D\nabla c + \mathbf{vc}) \cdot \mathbf{ndS}. \quad (5)$$

Преобразуем второе слагаемое в правой части полученного равенства, используя формулу Остроградского–Гаусса [5]

$$\begin{aligned} \int_S (D\nabla c - \mathbf{vc}) \cdot \mathbf{ndS} &= \int_V \operatorname{div}(D\nabla c - \mathbf{vc}) dV = \\ &= \int_V [\operatorname{div}(D\nabla c) - \operatorname{div}(\mathbf{vc})] dV = \\ &= \int_V [D\nabla \cdot (\nabla c) - \nabla \cdot (\mathbf{vc})] dV = \\ &= \int_V \{ D\nabla^2 c - [(\nabla \cdot \mathbf{v})c + \mathbf{v} \cdot (\nabla c)] \} dV = \\ &= \int_V (D\nabla^2 c - \mathbf{v} \cdot \nabla c) dV, \end{aligned} \quad (6)$$

где мы учли условие несжимаемости смеси при малых скоростях ее движения [6]

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0.$$

Подставив выражение (6) в равенство (5), получим дифференциальное уравнение диффузии реагирующего вещества в зону реакции

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\nabla^2 c - \mathbf{v} \cdot \nabla c + q. \quad (7)$$

Протекание химических реакций горения всегда сопровождается выделением тепла и теплообменом с окружающей средой внутри реакционной области V , которой является часть горной выработки. Теплообмен характеризуется вектором плотности \mathbf{J}_q теплового

потока, состоящим, в силу четвертого допущения, из векторов теплопроводности \mathbf{J}_{qM} и конвекции \mathbf{J}_{qK} [3, 4]

$$\mathbf{J}_q = \mathbf{J}_{q_i} + \mathbf{J}_{q_k}, \quad (8)$$

определяемыми как

$$\mathbf{J}_{q_i} = -\lambda \nabla T, \quad \mathbf{J}_{q_k} = \rho \mathbf{v} c_p T, \quad (9)$$

где ρ — плотность смеси, c_p — ее удельная теплоемкость в изобарном процессе, а λ — коэффициент теплопроводности смеси, который далее будем полагать постоянной величиной.

Из закона сохранения энергии вытекает, что количество теплоты, затрачиваемое на изменение температуры области V , равно притоку теплоты за счет теплового источника q и расходу теплоты за счет выходящего теплового потока

$$\int_V c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} dV = \int_V q dV - \int_S \mathbf{J}_q \cdot \mathbf{ndS}. \quad (10)$$

Подставляя во второй интеграл правой части (10) последовательно формулы (8) и (9), а затем, используя формулу Остроградского–Гаусса [5], приведем равенство (10) к виду

$$c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \nabla^2 T - c_p \rho \mathbf{v} \cdot \nabla T + q. \quad (11)$$

Величину q определим по формуле [1, 2]

$$q = Q \cdot W, \quad (12)$$

где Q — тепловой эффект горения угля, а W — скорость реакции горения, которую найдем, рассмотрев кинетику протекания реакции. Принимая первый порядок реакции [1], получим

$$W = kc_S. \quad (13)$$

В формуле (13): c_S — концентрация окислителя на поверхности угольных частиц, где началась химическая реакция; k — константа скорости реакции, зависимость которой от температуры T выражается законом Аррениуса [1, 2]:

$$k = k_0 e^{-E/RT}, \quad (14)$$

где $R = 8,314$ Дж/(моль К) — газовая постоянная; E — энергия активации, которой должна обладать молекула, чтобы прореагировать; k_0 — предэкспоненциальный множитель.

Если реакция протекает в стационарном режиме, то ее скорость пропорциональна количеству реагирующего вещества, доставляемому в зону реакции молекулярной диффузией, что может быть выражено равенством [1, 3]

$$W = \beta(c - c_S), \quad (15)$$

где β — коэффициент массообмена.

Сопоставляя равенства (13) и (15), найдем концентрацию

$$c_S = \frac{\beta c}{k + \beta}, \quad (16)$$

и подставив ее в формулу (13), найдем скорость реакции

$$W = \frac{k\beta}{k + \beta} c. \quad (17)$$

Поскольку тепловой эффект Q горения угля известен [2], то, подставив (17) в формулу (12), определим интенсивность теплового «источника»

$$q = Q \frac{k\beta}{k + \beta} c. \quad (18)$$

Формула (17) показывает, что скорость процесса горения зависит от соотношения между параметрами k , β . Известно, что скорость процесса горения определяется самой медленной его стадией [1, 2]. Так, если скорость химического взаимодействия молекул значительно больше скорости диффузии ($k \gg \beta$), то скорость процесса протекает в диффузионной области. Наоборот, когда химическое взаимодействие протекает медленно, а диффузия быстро ($k \ll \beta$), то процесс горения происходит в кинетической области. Если же скорости реакции и диффузии приблизительно равны, то процесс горения происходит в переходной области, которая является неустойчивой областью [1].

2. Анализ процесса горения пылегазовоздушных смесей в кинетической области

Рассмотрим процесс горения ПГВС в горной выработке, которую будем полагать одномерной областью, характеризуемой координатой x , направленной вдоль оси выработки. После зажигания смеси процесс ее горения достаточно быстро стабилизируется и поэтому поля концентраций и температур перемещаются с некоторой практически постоянной скоростью. Чем ближе к начальной температуре T_0 мы возьмем температуру процесса T , тем увереннее можно считать процесс горения стационарным, не зависящим от времени, протекающим в кинетической области, поскольку $\beta \gg k$.

В силу сказанного формула (18) упрощается

$$q = Qkc,$$

а уравнение (11) приобретает вид

$$\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} - c_p \rho v \frac{dT}{dx} + Qkc = 0, \quad (19)$$

где v — модуль вектора скорости пылегазовоздушной смеси.

Разделим уравнение (19) на $c_p \rho$ и учтем, что величина $Qc_0/c_p \rho$ представляет собой максимальный теоретический разогрев ПГВС, который получился бы при адиабатическом протекании реакции, начиная с температуры T_0 до максимальной температуры T_{\max} [1, 2]. Полагая, что теплоемкости исходных веществ и продуктов реакции одинаковы ($c = c_0$), имеем

$$T_{\max} - T_0 = \frac{Qc}{c_p \rho}. \quad (20)$$

С одной стороны скорость реакции W мы можем определить по формуле (13), а с другой стороны, по формуле

$$W = \frac{cS}{t_r}, \quad (21)$$

где t_r — время протекания реакции, связанное с константой скорости реакции формулой [1]

$$k = \frac{1}{t_r}. \quad (22)$$

Подставляя формулы (20) и (22) в уравнение (19), приводим его к виду

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{\nu}{a} \frac{dT}{dx} + \frac{T_{\max} - T_0}{t_r a} = 0, \quad (23)$$

где $a = \lambda / c_p \rho$ — коэффициент температуропроводности.

Далее перейдем к безразмерной температуре \bar{T} , определив ее по формуле

$$\bar{T} = \frac{T - T_0}{T_{\max} - T_0}, \quad (24)$$

в силу которой уравнение (23) перепишем следующим образом

$$\frac{d^2 \bar{T}}{dx^2} - \frac{\nu}{a} \frac{d\bar{T}}{dx} + \frac{1}{t_r a} = 0. \quad (25)$$

Из формулы (22), с учетом (14), найдем время протекания реакции

$$t_r = t_{\max} \cdot e^{\theta_{\max}(1-\bar{T})}, \quad (26)$$

где t_{\max} , θ_{\max} определяются по формулам [7–9]

$$t_{\max} = \frac{1}{k_0} e^{E/RT_{\max}}, \quad \theta_{\max} = \frac{E(T_{\max} - T_0)}{RT_{\max}^2}. \quad (27)$$

В силу формул (26), (27), преобразуем уравнение (25) к виду

$$\frac{d^2 \bar{T}}{dx^2} - \omega \frac{d\bar{T}}{dx} + \frac{e^{-\theta_{\max}(1-\bar{T})}}{a \cdot t_{\max}} = 0, \quad (28)$$

а затем с помощью подстановки

$$\frac{d\bar{T}}{dx} = \zeta(\bar{T}) \quad (29)$$

понижим порядок уравнения(28):

$$\zeta(\bar{T}) \frac{d\zeta(\bar{T})}{d\bar{T}} - \omega \zeta(\bar{T}) + F(\bar{T}) = 0, \quad (30)$$

в котором

$$\omega = \frac{\nu}{a}, \quad F(\bar{T}) = \frac{e^{-\theta_{\max}(1-\bar{T})}}{t_{\max} a}. \quad (31)$$

Поскольку в точке $\bar{T} = 0$ функция $F(0) \neq 0$, то искомая функция также $\zeta(0) \neq 0$, и поэтому граничное условие для уравнения (30) не определено. Для исключения этой неопределенности представим ζ суммой функций $\zeta = z_1 + z_2$, каждая из которых удовлетворяет своему уравнению

$$\frac{d\zeta_1}{d\bar{T}} - \omega \zeta_1 = 0, \quad \zeta_2 \frac{d\zeta_2}{d\bar{T}} = -F(\bar{T}). \quad (32)$$

Проинтегрировав уравнение (32) с учетом формулы (31)

$$\zeta_2 = \sqrt{-2 \int_0^1 \frac{e^{-\theta_{\max}(1-\bar{T})}}{t_{\max} a} d\bar{T}} \quad (33)$$

и определив интеграл в (33) только на нижнем пределе, найдем граничное условие

$$\zeta_2 \approx \zeta(0) = \sqrt{\frac{2 \cdot e^{-\theta_{\max}}}{t_{\max} \theta_{\max} a}}, \quad (34)$$

которое в совокупности с уравнением (30) образует задачу Коши.

Поскольку уравнение (30) является нелинейным, то решение задачи Коши мы построили численно, используя метод Гира [10]. Вычисления выполнены при следующих исходных данных [1–3]: $k_0 = 3,5 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$; $Q = 27 \cdot 10^6 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; $E = 133 \cdot 10^3 \text{ Дж}/\text{моль}$; $T_0 = 300^0 \text{ К}$; $\lambda = 2,62 \cdot 10^{-2} \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{град})$; $c_p = 1,005 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; $\rho = 1,225 \text{ кг}/\text{м}^3$; $T_{\max} = 2000 \text{ К}$.

На рис. 1 показан график искомой функции $\zeta(\bar{T})$, построенный при начальном условии $\zeta(0) = 7,77$, вычисленном по формуле (34), и при значении $\omega = 296$. Построенный график позволил выявить второе граничное условие $\zeta(1) = 29,51$.

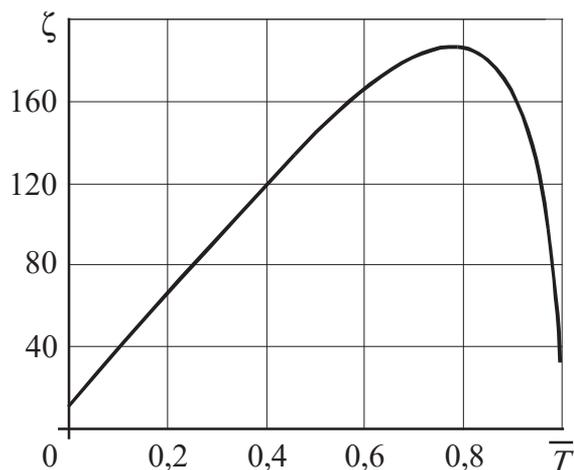


Рис. 1. График искомой функции $\zeta(\bar{T})$, построенный по результатам численного решения задачи Коши

При $\zeta(0) = 7,77$ задача Коши имеет решение только при $\omega > 296$. Следовательно, любое значение ω , при котором задача Коши имеет решение, является собственным значением, а соответствующая ему функция $\zeta(\bar{T})$ представляет собой собственную функцию [11]. Очевидно, что минимальное собственное значение ω_{\min} является критическим значением $\omega_{\text{кр}}$.

Подставив найденную функцию $\zeta(\bar{T})$ в равенство (29) и разделив в нем переменные, получим дифференциальное уравнение, проинтегрировав которое при переменных

$$\int_{\bar{T}=0}^{\bar{T}} \frac{d\bar{T}}{\zeta(\bar{T})} = \int_0^{\bar{x}} dx,$$

приходим к равенству

$$\Psi(\bar{T}) - \Psi(0) = \bar{x}, \quad (35)$$

где \bar{x} — координата зоны горения, в которой температура ПГВС составляет \bar{T} .

На рис. 2 приведен график интеграла $\Psi(\bar{T}) = \int \frac{d\bar{T}}{\zeta(\bar{T})}$, представляющий собой выпуклую кривую на отрезке $[0; 0,8]$ и вогнутую — на отрезке $[0,8; 1,0]$.

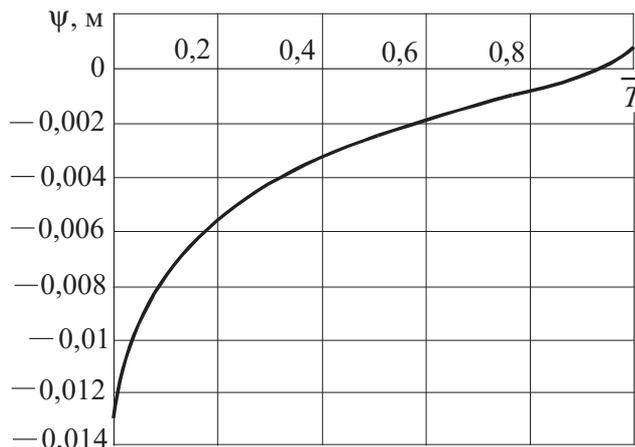


Рис. 2. График функции $\Psi(\bar{T})$

Умножив уравнение (35) на $m = T_{\max} - T_0$, получим

$$[\Psi(\bar{T}) - \Psi(0)] \cdot m = \bar{x} \cdot m \quad (36)$$

и учтем, что в силу формулы (24) имеют место следующие соотношения:

$$\tilde{T} = \bar{T} \cdot m, \quad \Psi(\bar{T}) \cdot m = \Psi(\tilde{T}), \quad \bar{x} \cdot m = x. \quad (37)$$

Тогда уравнение (35) приводится к виду

$$\Psi(\tilde{T}) - \Psi(0) \cdot m = x, \quad (38)$$

где \tilde{T} можно вычислить по формуле $\tilde{T} = T - T_0$.

Располагая графиком на рис. 2 и уравнениями (35), (38), можно определить температуру ПГВС в каком-либо заданном сечении x , а также длину зоны горения.

Пусть, например, требуется найти координату x сечения выработки, температура в котором достигла $T = 500$ К.

По формуле (24) вычисляем $\bar{T} = 0,1176$. С графика на рис. 2 снимаем значение функции $\Psi(\bar{T}) = -0,0072$ м и вычисляем

$$\begin{aligned} \Psi(\tilde{T}) &= \Psi(\bar{T}) \cdot m = -0,0072 \cdot 1700 = -12,24 \text{ м}, \\ \Psi(0) \cdot m &= -0,0127 \cdot 1700 = -21,63 \text{ м}. \end{aligned}$$

Подставляя эти значения в уравнение (38), получим координату

$$x = -12,24 - (-21,63) = 9,39 \text{ м}$$

того сечения выработки, в котором температура ПГВС достигнет 500 К.

В следующей задаче определим длину зоны горения. Для этого учтем, что при $T = T_{\max}$ безразмерная температура $\bar{T} = 1$, а $x = L$. Тогда, используя уравнение (35) и график на рис. 2, находим

$$\bar{x} = \Psi(\bar{T}) - \Psi(0) = 0,0009 - (-0,0127) = 0,0136 \text{ м.}$$

Подставляя полученное значение в третью формулу (37), вычисляем длину зоны горения

$$L = \bar{x} \cdot m = 0,0136 \cdot 1700 = 23,18 \text{ м.}$$

3. Анализ процесса горения пылегазо-воздушных смесей в диффузионной области

По мере выгорания окислителя процесс горения переходит в диффузионную область, описываемый уравнением диффузии (7), которое для условий горной выработки приобретает следующий вид:

$$D \frac{d^2 c}{dx^2} - v \frac{dc}{dx} + Q\beta c = 0, \quad (39)$$

где v — модуль вектора скорости.

Разделив уравнение (39) на коэффициент диффузии D и переходя к безразмерной концентрации \bar{c} и безразмерной координате \bar{x} , приведем его к виду

$$\frac{d^2 \bar{c}}{d\bar{x}^2} - 2\Theta \frac{d\bar{c}}{d\bar{x}} + \Omega \bar{c} = 0, \quad (40)$$

в котором

$$\bar{c} = \frac{c}{c_{\max}}, \quad \bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \Theta = \frac{vL}{2D}, \quad \Omega = \frac{Q\beta L^2}{D}, \quad (41)$$

где c_{\max} — максимальная концентрация реагирующего газа; L — длина зоны горения в диффузионной области.

Подчинив уравнение (40) граничным условиям

$$\bar{c}|_{\bar{x}=0} = \bar{c}_0, \quad \bar{c}|_{\bar{x}=1} = 1, \quad (42)$$

получим краевую задачу, в которой требуется найти концентрацию реагирующего газ \bar{c} на

интервале $\bar{c} = [\bar{c}_0; 1]$, внутри которого искомая функция описывается уравнением (40), а на концах отрезка удовлетворяет граничным условиям (42).

Поскольку дифференциальное уравнение (40) однородное, а его коэффициенты постоянны, то общее решение уравнения зависит от соотношения между параметрами Θ и Ω . Здесь возможны следующие варианты решения [11]:

если $\Theta^2 - \Omega > 0$, то

$$\bar{c} = A_1 \exp[(\Theta + \sqrt{\Theta^2 - \Omega})\bar{x}] + A_2 \exp[(\Theta - \sqrt{\Theta^2 - \Omega})\bar{x}]; \quad (43)$$

если $\Theta^2 - \Omega = 0$, то

$$\bar{c} = (A_1 + \bar{x}A_2) \exp(\Theta \cdot \bar{x}); \quad (44)$$

если $\Theta^2 - \Omega < 0$, то

$$\bar{c} = \exp(\Theta \cdot \bar{x}) \left[A_1 \cos(\sqrt{\Omega - \Theta^2} \cdot \bar{x}) + A_2 \sin(\sqrt{\Omega - \Theta^2} \cdot \bar{x}) \right]. \quad (45)$$

Для реализации вычислительных процедур необходимы конкретные значения исходных параметров D , c , Q , β , v . Если первые три параметра можно найти в справочниках по теплофизике, то коэффициент массоотдачи β необходимо вычислить, поскольку он, в свою очередь, зависит от ряда параметров смеси и условий ее течения.

Наиболее удобно коэффициент β определить с помощью обобщенного уравнения конвективной теплоотдачи при движении газового потока в каналах [12, 13]

$$Sh = 0,21 Re^{0,8} \cdot Pr_a^{0,43}, \quad (46)$$

связывающего число Шервуда Sh , Рейнольдса Re и диффузионное число Прандтля Pr_d .

Известно [14], что в горных выработках числа Рейнольдса и Прандтля составляют: $Re = 1000 \div 1500$, $Pr_d = 0,1 \div 0,75$, а число Шервуда определяется по формуле [12, 13]

$$\text{Sh} = \frac{\beta d}{D},$$

где d — приведенный диаметр горной выработки. Тогда искомую величину коэффициента массообмена мы можем определить по формуле

$$\beta = 0,21 \text{Re}^{0,8} \cdot \text{Pr}_a^{0,43} \cdot \frac{D}{d}. \quad (47)$$

Для выполнения вычислительных операций приняты следующие исходные параметры смеси из [1, 2, 14, 15]: $c_0 = 0,002 \text{ кг/м}^3$; $c_{\text{max}} = 0,23 \text{ кг/м}^3$; $D = 1,15 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; $\text{Re} = 1000$, $\text{Pr}_d = 0,25$, а скорость воздушного потока и приведенный диаметр выработки примем соответственно $v = 7,5 \text{ м/с}$, $d = 2,25 \text{ м}$.

По формулам (47) и (41) вычисляем $\beta = 1,485 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}$, $\Theta = 3,261 \cdot 10^6 L$, $\Omega = 1,292 \cdot 10^8 L^2$ и находим разность $\Theta^2 - \Omega = 6,103 \cdot 10^{11} L^2 > 0$, в силу чего общим решением уравнения (40) является функция, определяемая по формуле (43).

Для отыскания частного решения уравнения (40) определим постоянные интегрирования A_1, A_2 . Для этой цели подставим в формулу граничные условия (42), что приведет нас к системе двух алгебраических уравнений

$$\begin{cases} \bar{c}_0 = A_1 + A_2, \\ 1 = A_1 \exp[(\Theta + \sqrt{\Theta^2 - \Omega})L] + \\ + A_2 \exp[(\Theta - \sqrt{\Theta^2 - \Omega})L]. \end{cases} \quad (48)$$

Обратим внимание, что выражение $\Theta + \sqrt{\Theta^2 - \Omega} = 6,522 \cdot 10^6 L$ является достаточно большой величиной, а величина $\exp[\Theta + \sqrt{\Theta^2 - \Omega}] \rightarrow \infty$ и поэтому из формулы (43) следует, что концентрация $\bar{c} \rightarrow \infty$, что противоречит условиям сформулированной краевой задачи. Поэтому примем $A_1 = 0$, а из первого уравнения системы (48) находим $A_2 = \bar{c}_0$ и, следовательно, частным решением уравнения (40) является следующая функция:

$$\bar{c} = \bar{c}_0 \exp[(\Theta - \sqrt{\Theta^2 - \Omega})\bar{x}]. \quad (49)$$

Подставив второе граничное условие (42) в (49), получим равенство

$$1 = \bar{c}_0 \exp(\Theta - \sqrt{\Theta^2 - \Omega}),$$

прологарифмировав которое и выполнив преобразования с учетом формул (41), придем к уравнению [16]

$$L^2 - \frac{vL}{Q\beta} \ln \frac{c_{\text{max}}}{c_0} + D \left(\ln \frac{c_{\text{max}}}{c_0} \right)^2 = 0,$$

корнями которого являются выражения

$$L_{1,2} = \left[\frac{v}{2Q\beta} \pm \sqrt{\left(\frac{v}{2Q\beta} \right)^2 - D} \right] \ln \frac{c_{\text{max}}}{c_0}. \quad (50)$$

Подставляя в (50) исходные данные, определяем два значения $L_1 = 0,239 \text{ м}$, $L_2 = 1,081 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ и принимаем первое из них. Зная длину L , вычисляем параметры

$$\Theta = 7,812 \cdot 10^5, \quad \Omega = 7,414 \cdot 10^6 \quad (51)$$

и строим график (рис. 3) искомой функции \bar{c} , определяемой по формуле (49).

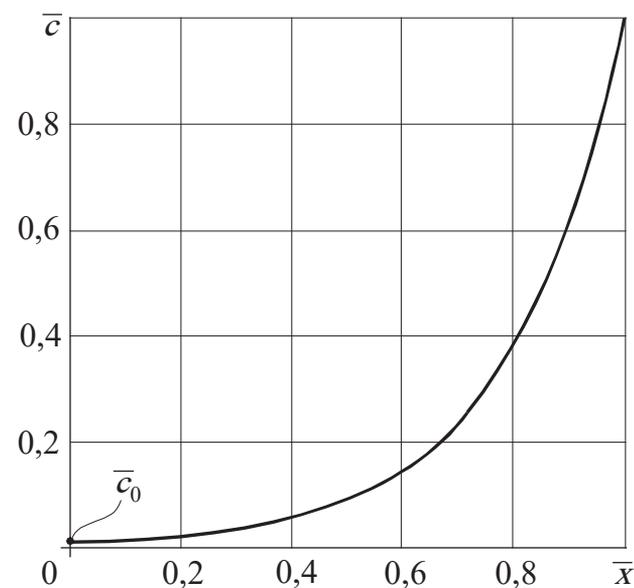


Рис. 3. Зависимость концентрации реагирующего газа \bar{c} от координаты \bar{x}

Особенность графика состоит в том, что при относительно небольших изменениях исходных параметров смеси график практически не меняется, поскольку величина

$$\vartheta = \Theta - \sqrt{\Theta^2 - \Omega} \quad (52)$$

также почти не изменяется. График на рис. 3 является универсальным, поскольку он пригоден для исследования процесса горения в

диффузионной области ПГВС при различных ее параметрах [16].

На рис. 4, 5 представлены графики зависимости длины зоны горения от ряда ее параметров.

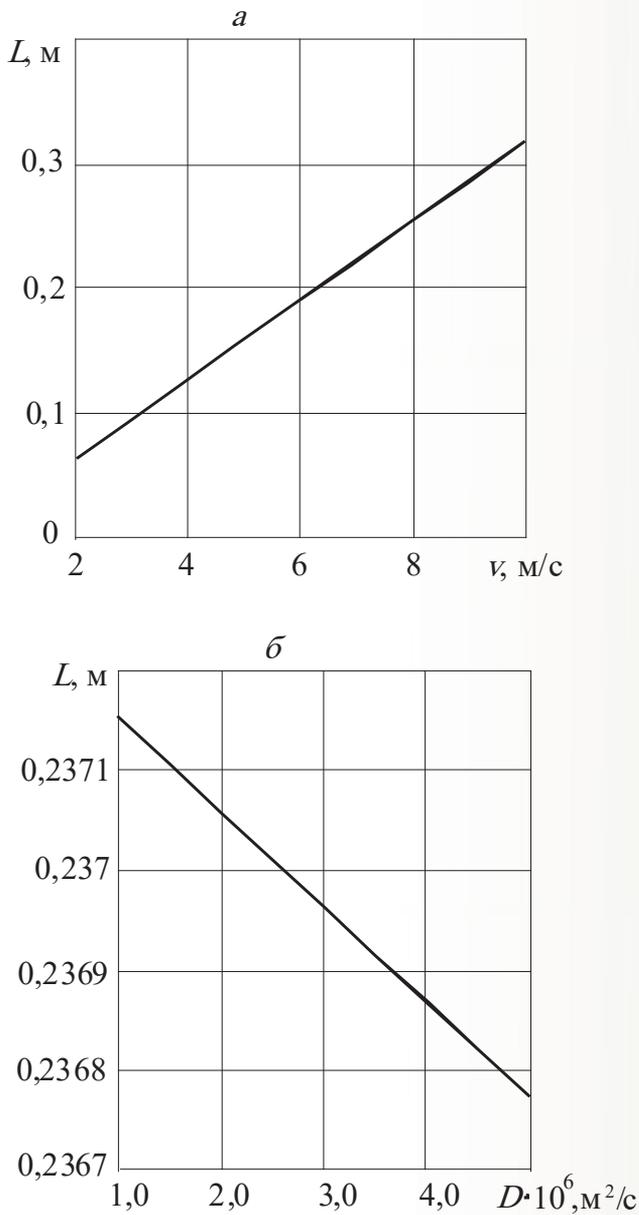


Рис. 4. Зависимость длины зоны горения пылегазовоздушных смесей от скорости воздушного потока (а) и от коэффициента диффузии (б)

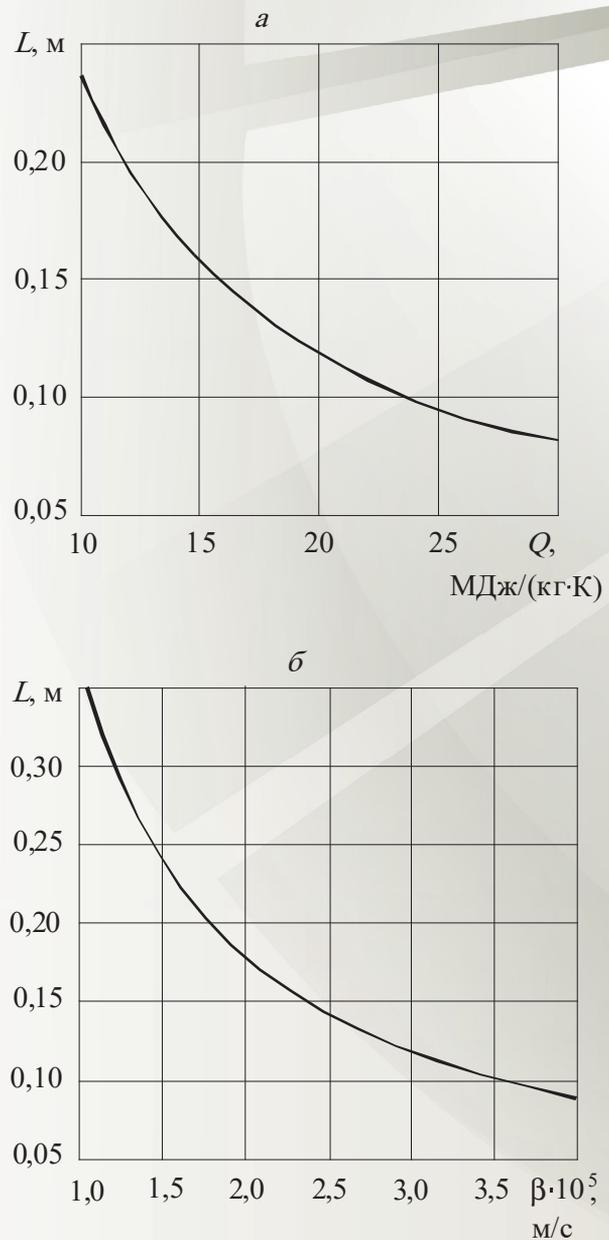


Рис. 5. Зависимость длины зоны горения пылегазовоздушных смесей от величины Q (а) и от коэффициента массообмена (б)

Из анализа графиков вытекает, что с увеличением скорости пылегазовоздушной смеси увеличивается и длина зоны горения L , причем график функции $L(v)$ представляет собой практически прямую линию. Наоборот, с увеличением коэффициента диффузии D длина зоны горения уменьшается. График функции $L(D)$ также является прямой линией, но с отрицательным угловым коэффициентом.

Функции же $L(Q)$, $L(\beta)$ на рассматриваемых отрезках монотонно убывают, причем графики обеих функций являются вогнутыми кривыми, не имеющими экстремальных точек.

Далее обсудим режимы горения, удовлетворяющие формулам (44), (45).

Так, условие $\Theta^2 - \Omega = 0$, в силу формул (41), приводится к виду

$$\frac{v^2}{4D} - Q\beta = 0, \quad (53)$$

откуда находим скорость

$$v = \sqrt{4DQ\beta},$$

которая равна всего $v = 0,026$ м/с, и тогда число Рейнольдса составит только $Re = 3,467$, а коэффициент массообмена $\beta = 1,599 \cdot 10^{-7}$ м/с. Длина зоны горения $L = 0,077$ м, а вычисленная по первой формуле (41) величина $\Theta = 868,432$. Следовательно, в формуле (44) экспонента $\exp(868,432 \cdot \bar{x})$ имеет место только в окрестности точки $x = 0$. При $x \rightarrow 1$ величина $\exp(868,432 \cdot \bar{x}) \rightarrow \infty$. Следовательно, процесс горения ПГВС при условии $\Theta^2 - \Omega = 0$ невозможен, даже если скорость v мала.

Если же скорость $v = 0$, то $\Theta = 0$ и формула (44) приобретает вид

$$\bar{c} = A_1 + \bar{x}A_2.$$

Подставляя сюда граничные условия (42), имеем

$$A_1 = \bar{c}_0, \quad A_2 = 1 - \bar{c}_0,$$

следовательно, искомая функция представляется в виде

$$\bar{c} = \bar{c}_0 + (1 - \bar{c}_0)\bar{x}. \quad (54)$$

Полученная формула (54) для исследования горения ПГВС в условиях горных выработок не пригодна. Во-первых, не представляется возможным определить длину зоны горения L . Во-вторых, формула (54) не содержит никаких параметров ПГВС, характеризующих процесс горения.

Если выполняется условие $\Theta^2 - \Omega < 0$ и связанная с ним формула (45), то даже при малых скоростях на интервале $\bar{x} = [0; 1]$ экспоненциальный показатель $\exp(\Theta \cdot \bar{x}) \rightarrow \infty$, и, следовательно, искомая функция также $\bar{c} \rightarrow \infty$, что исключает процесс горения смеси. Поэтому рассмотрим случай, когда ПГВС находится в покое, т. е. $v = 0$. В этом случае $\Theta = 0$, и поэтому уравнение (45) приводится к виду

$$\bar{c} = A_1 \cos(\sqrt{\Omega} \cdot \bar{x}) + A_2 \sin(\sqrt{\Omega} \cdot \bar{x}). \quad (55)$$

Поскольку скорость $v = 0$, то по определению число Рейнольдса $Re = 0$, коэффициент массообмена $\beta = 0$, и поэтому параметр Ω , как следует из последней формулы (41), также равен 0. Но тогда формула (55) приобретает вид $\bar{c} = A_1$, который следует исключить из рассмотрения ввиду тривиальности.

Выполненный анализ показывает, что из всех возможных соотношений между параметрами Θ и Ω имеет место только соотношение $\Theta^2 - \Omega > 0$, которому соответствует формула (49), описывающая процесс горения ПГВС в диффузионной области единственным образом.

ВЫВОДЫ

1. Сформулирована задача Коши, описывающая процесс горения мелкодисперсной ПГВС в кинетической области, и построено ее решения методом Гира.

2. Установлено, что решениями задачи Коши являются собственные функции, для каждой из которых существует собственное значение, обусловленное исходными данными и условиями протекания процесса горения.

3. Для исходных данных ПГВС найдены собственные значения, среди которых обнаружено критическое значение, ниже которого задача Коши не имеет решения.

4. Сформулирована краевая задача, описывающая процесс горения мелкодисперсной ПГВС в диффузионной области, и найдено ее решение в квадратурах.

5. Получена формула, определяющая длину зоны горения смеси в диффузионной области, и построены графики зависимости длины зоны горения от ряда параметров смеси. В результате анализа графиков выявлено:

а) с увеличением скорости ПГВС увеличивается длина зоны горения, а с увеличением коэффициента диффузии длина зоны горения уменьшается;

б) с увеличением параметра Q и коэффициента массообмена β длина зоны горения монотонно уменьшается, причем графики функций $L(Q)$ и $L(\beta)$ представляют собой вогнутые кривые.

6. Установлено, что процесс горения ПГВС в диффузионной области имеет место в том случае, если концентрация реагирующего газа в зоне горения изменяется экспоненциально.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука. 1987. 502 с.
2. Канторович Б.В. Основы теории горения и газификации твердого топлива. М.: Книга по требованию. 2013. 601 с.
3. Лыков А.В. Тепломассообмен. М.: Энергия. 1978. 480 с.
4. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат. 1979. 416 с.
5. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа. СПб: Издательство Лань. 2005. 736 с.
6. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В. Б., Махвиладзе Г.М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука. 1980. 478 с.
7. Черданцев С.В., Ли Хи Ун, Филатов Ю.М., Шлапаков П.А. Анализ процесса горения микрогетерогенных пылегазовоздушных смесей в горных выработках // Безопасность труда в промышленности. 2017. № 11. С. 10–15.
8. Cherdantsev S.V., Un L.H., Filatov Y.M., Botvenko D.V., Shlapakov P.A., Kolykhalov V.V. Combustion of fine dispersed dust-gas-air mixtures in underground workings // Journal of Mining Science. 2018. Vol. 54. Issue 2. P. 339–346.
9. Черданцев С.В., Ли Хи Ун, Филатов Ю.М., Шлапаков П.А. Определение критической температуры зажигания микрогетерогенных пылегазовоздушных смесей в горных выработках // Горный информационно-налитический бюллетень (научно-технический журнал). 2018. № 1. С. 117–125.
10. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука. 1989. 432 с.
11. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука. 1974. 331 с.
12. Кутателадзе С.С. Анализ подобия и физические модели. Новосибирск: Наука. 1986. 296 с.
13. Телегин А.С., Швыдкий В.С., Ярошенко Ю.Г. Тепло-массоперенос. М.: Metallurgia. 1995. 400 с.
14. Абрамов Ф.А. Рудничная аэрогазодинамика. М.: Недра. 1972. 356 с.
15. Линденау Н.И., Маевская В.М., Крылов В.Ф. Происхождение, профилактика и тушение эндогенных пожаров в угольных шахтах. М.: Недра, 1977. 320 с.
16. Черданцев С.В., Филатов Ю.М., Шлапаков П.А. Режимы диффузионного горения мелкодисперстных пылегазовоздушных смесей в атмосфере горных выработок // Уголь. 2020. № 2. С. 27–32.

DOI: 10.25558/VOSTNII.2020.52.49.001

UDC 622.272:516.02

© S.V. Cherdantsev, P.A. Shlapakov, S.I. Goloskokov, A.Yu. Erastov, G.A. Lipina, 2020

S.V. CHERDANTSEV

Doctor of Engineering Sciences,
Chief Researcher
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e-mail: svch01@yandex.ru

P.A. SHLAPAKOV

Candidate of Engineering Sciences,
Head Of Laboratory
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e-mail: shlapak1978@mail.ru

S.I. GOLOSKOKOV

Candidate of Engineering Sciences,
Head Of Laboratory
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e-mail: s.goloskokov@nc-vostnii.ru

A.Yu. ERASTOV

Senior Research Associate
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e-mail: erastov_a_y@mail.ru

G.A. LIPINA

Senior Teacher
KuzSTU, Kemerovo
e-mail: a746025@yandex.ru

ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF THE PARAMETERS OF FINE DUST AND GAS AIR MIXTURES ON THE PROCESSES OF THEIR COMBUSTION IN THE ATMOSPHERE OF MINES

Increasing coal production by underground method usually leads to the manifestation of negative factors, primarily thermophysical and gas-dynamic processes. The reasons for the first of them are the chemical processes of coal oxidation, which leads to the formation of centers of self-heating in rock-coal clusters, and, as a result, to a change in the temperature of rocks, coal pillars and the atmosphere of mining. This significantly increases the predisposition of dust and air mixtures to ignition and combustion, which can lead to detonation processes and the occurrence of shock waves, which pose a special danger in coal mine conditions. The article discusses the processes of stationary combustion of dust-gas-air mixtures in the kinetic and diffusion regions.

To research the combustion of mixtures in the kinetic and diffusion regions, the Cauchy problem is formulated for a nonlinear differential equation of the first order, the solution of which is built numerically. Found the eigenvalues and eigenvalues of the Cauchy problem, including the critical value below which the Cauchy problem has no solution. Combustion of mixtures in diffusion region is performed on the

basis of boundary problem for differential equation of the second order, which takes into account both molecular diffusion and convective mass transfer. It has been found that the combustion process of mixtures in the diffusion region occurs only if the concentration of the reacting gas in the combustion zone varies exponentially. A formula was obtained that determines the length of the combustion zone in the diffusion region, and graphs of its change are plotted depending on a number of parameters of dust and air mixtures.

Keywords: MINING WORKINGS, DUST-GAS-AIR MIXTURES, THERMAL CONDUCTIVITY, DIFFUSION, CONVECTION, ARRHENIUS LAW, KINETIC AND DIFFUSION REGIONS, EIGENVALUES AND EIGENVALUES, MASS EXCHANGE COEFFICIENT, SHERWOOD NUMBER, DIFFUSION PRANDTL NUMBER.

REFERENCES

1. Frank-Kamenetsky D.A. Diffusion and heat transfer in chemical kinetics. M.: Science. 1987. 502 p. [In Russ.].
2. Kantorovich B.V. Foundations of the theory of combustion and gasification of solid fuels. M.: Book on demand. 2013. 601 p. [In Russ.].
3. Lykov A.V. Heat and mass transfer. M.: Energy. 1978. 480 p. [In Russ.].
4. Kutateladze S.S. Foundations of the theory of heat transfer. M.: Atomizdat. 1979. 416 p. [In Russ.].
5. Bermant A.F., Aramanovich I.G. A short course in mathematical analysis. SPb.: Lan Publishing House. 2005. 736 p. [In Russ.].
6. Zeldovich Ya.B., Barenblatt G.I., Librovich V.B., Makhviladze G.M. Mathematical theory of combustion and explosion. M.: Science. 1980. 478 p. [In Russ.].
7. Cherdantsev S.V., Lee Hee Un, Filatov Yu.M., Shlapakov P.A. Analysis of the combustion process of microheterogeneous dust-gas-air mixtures in mine workings // Industrial safety [Bezopasnost truda v promyshlennosti]. 2017. No. 11. P. 10–15. [In Russ.].
8. Cherdantsev S.V., Un L.H., Filatov Y.M., Botvenko D.V., Shlapakov P.A., Kolykhalov V.V. Combustion of fine dispersed dust-gas-air mixtures in underground workings // Journal of Mining Science. 2018. Vol. 54. Issue 2. P. 339–346.
9. Cherdantsev S.V., Lee Hee Un, Filatov Yu.M., Shlapakov P.A. Determination of the critical ignition temperature of microheterogeneous dust-gas-air mixtures in mine workings // Mining information and analytical bulletin (scientific and technical journal) [Gornyy informatsionno-nalitieskiy byulleten (nauchno-tekhnicheskiy zhurnal)]. 2018. No. 1. P. 117–125. [In Russ.].
10. Samarsky A.A., Gulin A.V. Numerical methods. M.: Science. 1989. 432 p. [In Russ.].
11. Pontryagin L.S. Ordinary differential equations. M.: Science. 1974. 331 p. [In Russ.].
12. Kutateladze S.S. Similarity analysis and physical models. Novosibirsk: Science. 1986. 296 p. [In Russ.].
13. Telegin A.S., Shvydkiy V.S., Yaroshenko Yu.G. Heat and mass transfer. M.: Metallurgy. 1995. 400 p. [In Russ.].
14. Abramov F.A. Mine aerogas dynamics. M.: Nedra. 1972. 356 p. [In Russ.].
15. Lindenau N.I., Maevskaya V.M., Krylov V.F. Origin, prevention and suppression of endogenous fires in coal mines. M.: Nedra, 1977. 320 p. [In Russ.].
16. Cherdantsev S.V., Filatov Yu.M., Shlapakov P.A. Modes of diffusion combustion of finely dispersed dust-gas-air mixtures in the atmosphere of mine workings // Coal [Ugol]. 2020. No. 2. P. 27–32. [In Russ.].