

УДК 622.272:516.02

© С.В. Черданцев, П.А. Шлапаков, Е.А. Шлапаков, К. С. Лебедев, А.Ю. Ерастов,
В.В. Колыхалов, С.А. Хаймин, 2024

С.В. ЧЕРДАНЦЕВ

д-р техн. наук,
главный научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e-mail: svch01@yandex.ru



П.А. ШЛАПАКОВ

канд. техн. наук,
заведующий лабораторией
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e-mail: shlapak1978@mail.ru



Е.А. ШЛАПАКОВ

научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e-mail: lairxx@yandex.ru



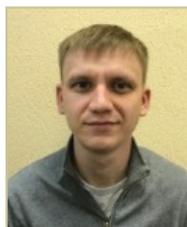
К.С. ЛЕБЕДЕВ

старший научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e-mail: lebedevks1987@yandex.ru



А.Ю. ЕРАСТОВ

старший научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e-mail: eractov_a_y@mail.ru



В. В. КОЛЫХАЛОВ

старший научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e-mail: X77kem@mail.ru



С.А. ХАЙМИН

старший научный сотрудник
АО «НЦ ВостНИИ», г. Кемерово
e-mail: hsa007@mail.ru



ТЕЧЕНИЕ РЕАГИРУЮЩЕГО ГАЗА В ФИЛЬТРАЦИОННОМ КАНАЛЕ УГОЛЬНОГО МАССИВА

В статье рассматривается краевая стационарная задача, описывающая закономерности изменения концентрации реагирующего газа в канале цилиндрической формы, расположенного в трещиноватом угольном массиве. Решение задачи построено методом разделения переменных и выражается с помощью собственных функций, а соответствующие им собственные числа являются корнями трансцендентного уравнения. После отыскания первых четырех корней этого уравнения графическим методом определены соответствующие им собственные функции, из которых сформирован ряд Дини — Бесселя, представляющий собой искомое решение краевой задачи о концентрации реагирующего газа. Исследована скорость сходимости полученного решения, построены графики, анализ которых позволил установить некоторые закономерности течения реагирующего газа в угольном канале.

Ключевые слова: УГОЛЬНЫЙ КАНАЛ, КОНЦЕНТРАЦИЯ РЕАГИРУЮЩЕГО ГАЗА, МОЛЕКУЛЯРНАЯ ДИФфуЗИЯ, КОНВЕКТИВНЫЙ МАССОПЕРЕНОС, УРАВНЕНИЕ СТАЦИОНАРНОЙ ДИФфуЗИИ, МЕТОД РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ, ФУНКЦИИ БЕССЕЛЯ, РЯД ДИНИ — БЕССЕЛЯ, СОБСТВЕННЫЕ ЧИСЛА И СОБСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ.

ВВЕДЕНИЕ

Внедрение высокопроизводительного горно-шахтного оборудования обуславливает не только более интенсивную отработку угольных пластов и увеличение объемов добычи угля, но и рост горного давления, приводящего к повышению трещиноватости пластов и, как следствие, их проницаемости, что способствует более интенсивному течению газов в трещиноватых массивах, а также к изменению их термодинамического состояния. Это обуславливает активизацию окислительных процессов в выработанных пространствах, в угольных целиках и в пылеугольных скоплениях за изоляционными перемычками, сопровождающихся выделением теплоты, с их последующим нагреванием и образованием очагов самонагрева, трансформирующихся при определенных условиях в очаги самовозгорания, что является причиной эндогенных пожаров, возникающих без внешнего источника воспламенения.

Эндогенные пожары, ежегодно регистрируемые на угольных шахтах России и за рубежом, стабильно занимают одно из лидирующих положений по нанесению экономического ущерба и снижению безопасности в угольной промышленности. Эндогенные пожары, достаточно широко освещены

как в отечественной, так и в зарубежной литературе [1, 2]. Подавляющая её часть посвящена исследованию физических и химических процессов образования очагов самовозгорания [3], а также их геолокации [2, 4, 5]. Анализ литературных источников показывает, что в большинстве работ понятия очагов самовозгорания и эндогенных пожаров отождествляются.

Вместе с тем, между этими понятиями, на наш взгляд, существует принципиальное различие. Дело в том, что процесс самовозгорания угля предшествует процессу горения и является подготовительным этапом к стадии собственно горения [6]. Период самовозгорания протекает медленно и без видимых эффектов света и пламени. Процесс горения начинается со скачкообразного выделения тепла и ускоряется за счет повышения температуры в рассматриваемой области, который и перерастает в эндогенный пожар.

Известно [6, 7], что процесс горения угля происходит в гетерогенном режиме, который может протекать на поверхности угольных частиц или кусков угля, а также на поверхности фильтрационных каналов внутри угольных массивов. В связи с этим процесс развития и распространения эндогенных пожаров на угольных шахтах требует принципиально

другого подхода, по сравнению с процессом формирования очагов самовозгорания.

Процесс горения на поверхности угольных частиц уже рассматривался авторами в ряде работ [8–10], где обсуждались стационарный, квазистационарный и нестационарные процессы диффузии реагирующего газа к грубодисперсной угольной частице, находящейся в горной выработке.

Однако эндогенный пожар происходит не в горной выработке, а в угольном скоплении либо в угольном массиве, который, как известно, представляют собой капиллярно-пористую среду, предрасположенную к фильтрационным процессам. Поэтому в качестве модели эндогенного пожара, на наш взгляд, корректно принять модель горения фильтрационных каналов в угольном пласте, наличие которых обусловлено его трещиноватостью. Отметим, что задача о горении угольного канала отличается от горения угольной частицы более четкими гидродинамическими условиями и легче поддается математическому анализу.

Задачу о горении канала, расположенного в угольном массиве, будем рассматривать в диффузионной области и в рамках следующих допущений:

- 1) угольный канал, на стенках которого происходит горение, имеет круглое поперечное сечение;
- 2) предполагается ламинарное течение реагирующего газа в угольном канале;
- 3) рассматривается химическая реакция первого порядка, протекающая на внутренней стенке цилиндрического канала; реакции восстановления двуокиси углерода CO_2 и горения окиси углерода CO не учитываются;
- 4) процессы внутри угольного канала протекают в изотермических условиях.

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ТЕЧЕНИИ РЕАГИРУЮЩЕГО ГАЗА В УГОЛЬНОМ КАНАЛЕ

Поскольку рассматривается ламинарный режим течения реагирующего газа, то его подвод к угольному каналу может

осуществляться посредством молекулярной, конвективной и тепловой диффузии, характеризующейся вектором плотности \vec{I} [11]:

$$\vec{I} = -D\nabla c + \vec{v}c - \sigma D\nabla T, \quad (1)$$

где ∇ — оператор Гамильтона

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k},$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — единичные векторы, характеризующие направление декартовых координат x, y, z . Температура T и концентрация c реагирующего газа являются искомыми функциями координат x, y, z и времени t , а коэффициент диффузии D определяется по формуле:

$$D = D_n \left(\frac{T}{T_0} \right)^n \frac{p_n}{p}, \quad (2)$$

в которой D_n — коэффициент диффузии при нормальных температуре T_n и давлении p_n , а $n = 1,5 \div 2$ является показателем степени. Величина σ представляет собой коэффициент термодиффузии. И, наконец, \vec{v} — является вектором скорости воздушного потока в горной выработке, вследствие чего происходит перенос реагирующего газа конвекцией.

Поскольку на начальной стадии процесса горения происходит только подвод реагирующего газа, то температура и давление в различных точках рассматриваемой области примерно одинаковы и поэтому в формулах (1) и (2) мы можем принять:

$$\nabla T = 0, \quad D = D_n = \text{const}. \quad (3)$$

Подвод реагирующего газа приводит к изменению его концентрации c в зоне реакции. Скорость изменения концентрации $\partial c / \partial t$ определяется не только диффузией и конвекцией, но и скоростью химической реакции, характеризующейся величиной q , которую можно рассматривать как «источник» или «сток».

Приравняв это изменение в рассматриваемой области V , соответствующему притоку или расходу вещества за произвольный промежуток времени, имеем [11]:

$$\int_V \frac{\partial c}{\partial t} dV = \int_V q dV - \int_S \vec{I} \cdot \vec{n} dS, \quad (4)$$

где S — некоторая поверхность, являющаяся границей области V ; \vec{n} — единичный вектор внешней нормали к поверхности S , а точкой обозначена операция скалярного произведения векторов. Подставив в равенство (4) формулы (1), (3), получим:

$$\int_V \frac{\partial c}{\partial t} dV = \int_V q dV - \int_S (-D\nabla c + \vec{v}c) \cdot \vec{n} dS. \quad (5)$$

Используя формулу Остроградского — Гаусса [12], преобразуем поверхностный интеграл в правой части полученного равенства к виду:

$$\int_S (D\nabla c - \vec{v}c) \cdot \vec{n} dS = \int_V \nabla \cdot (D\nabla c - \vec{v}c) dV. \quad (6)$$

и, учитывая свойства оператора Гамильтона, имеем:

$$\int_V \nabla \cdot (D\nabla c - \vec{v}c) dV = \int_V (D\nabla^2 c - \nabla \cdot \vec{v}c - \vec{v} \cdot \nabla c) dV. \quad (7)$$

В силу формул (6), (7) и условия несжимаемости реагирующего газа [13]:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0$$

при малых скоростях его движения, равенство (5) представим следующим образом:

$$\int_V \left(\frac{\partial c}{\partial t} - q + D\nabla^2 c - \vec{v} \cdot \nabla c \right) dV = 0,$$

откуда вытекает дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + D\nabla^2 c - \vec{v} \cdot \nabla c - q = 0, \quad (8)$$

принадлежащее классу уравнений параболического типа [14].

Поскольку в процессе фильтрации внутри угольного канала нет ни «источников», ни «стоков», то $q = 0$, а ввиду цилиндрической формы канала и его круглого поперечного сечения удобнее перейти от декартовой системы координат к цилиндрической системе r, φ, x .

В этом случае операторы Гамильтона и Лапласа представляются в виде [12]:

$$\begin{aligned} \nabla &= \frac{\partial}{\partial r} \cdot \vec{n}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \cdot \vec{n}_\varphi + \frac{\partial}{\partial x} \cdot \vec{i}, \\ \nabla^2 &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\vec{n}_r, \vec{n}_\varphi, \vec{i}$ — единичные орты цилиндрической системы координат.

Будем полагать процесс молекулярной диффузии и конвекции реагирующего газа внутри угольного канала стационарным и осесимметричным по отношению к стенкам канала. Поэтому искомая функция c не зависит от времени t и координаты φ , в силу чего производные $\partial c / \partial t = 0, \partial c / \partial \varphi = 0$, и тогда уравнение (8) с учетом формул (9) в цилиндрических координатах представляется в виде:

$$D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial r} + \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \right) - v \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \quad (10)$$

и относится к классу уравнений эллиптического типа.

Решение уравнения (10) построим с помощью метода разделения переменных, предложенного Фурье [14]. Примем искомую функцию в виде произведения двух функций, одна из которых зависит только от радиальной координаты r , а другая — только от координаты x :

$$c(r, x) = c(r) \cdot c(x). \quad (11)$$

и подставим в (10)

$$D \left(\frac{\partial^2 c(r)}{\partial r^2} c(x) + \frac{1}{r} \frac{\partial c(r)}{\partial r} c(x) + \frac{\partial^2 c(x)}{\partial x^2} c(r) \right) - v \frac{\partial c(x)}{\partial x} c(r) = 0$$

Разделив полученное уравнение на произведение функций $c(r) \times c(x)$ и выполнив преобразования, приходим к следующему равенству:

$$\frac{\partial^2 c(r)}{\partial r^2} \frac{1}{c(r)} + \frac{1}{r} \frac{\partial c(r)}{\partial r} \frac{1}{c(r)} = - \frac{\partial^2 c(x)}{\partial x^2} \frac{1}{c(x)} + \frac{v}{D} \frac{\partial c(x)}{\partial x} \frac{1}{c(x)}, \quad (12)$$

левая часть которого содержит искомую функцию и ее производные только по координате r , а правая часть — только по координате x .

Поэтому равенство (12) выполняется только в том случае, если его обе части равны постоянной величине, которую обозначим $-\lambda_k^2$. В связи со сказанным, равенство (12) распадается на два равенства:

$$\frac{\partial^2 c(r)}{\partial r^2} \frac{1}{c(r)} + \frac{1}{r} \frac{\partial c(r)}{\partial r} \frac{1}{c(r)} = -\lambda_k^2,$$

$$-\frac{\partial^2 c(x)}{\partial x^2} \frac{1}{c(x)} + \frac{v}{D} \frac{\partial c(x)}{\partial x} \frac{1}{c(x)} = -\lambda_k^2,$$

из которых вытекает система двух обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d^2 c(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dc(r)}{dr} + \lambda_k^2 \cdot c(r) = 0, \quad (13)$$

$$\frac{d^2 c(x)}{dx^2} - \frac{v}{D} \frac{dc(x)}{dx} - \lambda_k^2 \cdot c(x) = 0. \quad (14)$$

Индекс k у величины λ_k означает, что он может принимать любые целые значения $k = 1, 2, \dots, \infty$, в связи с чем, сама величина λ_k может принимать множество значений $\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_\infty$. Причем, при $k \rightarrow \infty$ величина $\lambda_k \rightarrow \infty$.

Вначале мы рассмотрим решение уравнения (14), поскольку оно допускает существенное упрощение. Так, следуя рекомендации [6], можно пренебречь молекулярной диффузией в продольном направлении d^2c/dx^2 по сравнению с конвективным переносом dc/dx . В связи с этим, уравнение (14) приводится к дифференциальному уравнению первого порядка с разделяющимися переменными:

$$\frac{dc(x)}{dx} + \frac{\lambda_k^2 D}{v} \cdot c(x) = 0, \quad (15)$$

решением которого является функция:

$$c_k(x) = C_k \cdot e^{-\frac{D \cdot \lambda_k^2 \cdot x}{v}}, \quad (16)$$

удовлетворяющая граничному условию:

$$c|_{x=0} = \psi(r), \quad (17)$$

где $\psi(r)$ — известная функция координаты r .

Перед рассмотрением уравнения (13) перейдем к новой переменной:

$$\zeta = \lambda_k \cdot r \quad (18)$$

и найдем производные по новой переменной:

$$\frac{dc(r)}{dr} = \frac{dc(\zeta)}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dr} = \frac{dc(\zeta)}{d\zeta} \frac{d(\lambda_k r)}{dr} = \frac{dc(\zeta)}{d\zeta} \lambda_k, \quad (19)$$

$$\frac{d^2 c(r)}{dr^2} = \frac{d}{dr} \left(\frac{dc(r)}{dr} \right) = \frac{d}{d\zeta} \left(\frac{dc(\zeta)}{d\zeta} \lambda_k \right) \frac{d\zeta}{dr} = \frac{d^2 c(\zeta)}{d\zeta^2} \lambda_k^2, \quad (20)$$

с учетом которых, уравнение (13) приводится к уравнению Бесселя:

$$\frac{d^2 c(\zeta)}{d\zeta^2} + \frac{1}{\zeta} \frac{dc(\zeta)}{d\zeta} + c(\zeta) = 0. \quad (21)$$

Частным решением уравнения (21), соответствующего произвольному индексу k является функция [14]:

$$c_k(\zeta) = A_k J_0(\zeta) + B_k Y_0(\zeta), \quad (22)$$

содержащая функции Бесселя нулевого порядка соответственно первого $J_0(\zeta)$ и второго $Y_0(\zeta)$ рода, а также постоянные интегрирования A_k, B_k .

Из формулы (18) видно, что при $r \rightarrow 0$ переменная ζ также стремится к нулю, а функция Бесселя $Y_0(\zeta)|_{\zeta \rightarrow 0} \rightarrow -\infty$, в силу чего, искомая функция $c(\zeta)$ в точке $\zeta = 0$ не определена. Чтобы исключить эту неопределенность положим постоянную интегрирования $B_k = 0$, в связи с чем, решение (22) существенно упрощаются, приобретая вид:

$$c_k(\zeta) = A_k J_0(\zeta). \quad (23)$$

Решение (23) должно удовлетворять граничному условию, которое заключается в равенстве скорости диффузии dc/dr и скорости реакции на любом элементе поверхности стенки. Поскольку мы рассматриваем химическую реакцию только первого порядка, то граничное условие представляется в виде [6]:

$$-D \frac{dc}{dr} \Big|_{r=r_0} = \kappa \cdot c, \quad (24)$$

которое с учетом формул (18), (19) и (23) перепишем следующим образом:

$$\lambda_k \frac{d[A_k J_0(\zeta)]}{d\zeta} \Big|_{\zeta=\lambda_k r_0} = -\frac{\kappa A_k J_0(\zeta)}{D}, \quad (25)$$

где r_0 — радиус поперечного сечения канала; κ — константа скорости реакции, которая определяется по закону Аррениуса [6]:

$$\kappa = \kappa_0 e^{-E/RT}, \quad (26)$$

где κ_0 — предэкспоненциальный множитель; E — энергия активации, представляющая собой количество энергии, которое необходимо для протекания реакции; R — универсальная газовая постоянная; T — абсолютная температура.

Поскольку производной функции Бесселя нулевого порядка $J_0(\zeta)$ является функция Бесселя первого порядка $J_1(\zeta)$:

$$\frac{d[J_0(\zeta)]}{d\zeta} = -J_1(\zeta),$$

то равенство (25) преобразуется к виду:

$$\lambda_k J_1(\lambda_k r_0) = \frac{\kappa}{D} J_0(\lambda_k r_0). \quad (27)$$

Умножив обе части равенства (27) на r_0 и обозначив

$$\beta_k = \lambda_k r_0, \quad (28)$$

приходим к уравнению:

$$\beta_k J_1(\beta_k) = \frac{\kappa \cdot r_0}{D} J_0(\beta_k), \quad (29)$$

представляющему собой характеристическое уравнение относительно безразмерных чисел β_k , называемых собственными числами рассматриваемой задачи [14]. Из формулы (28) следует, что собственные числа β_k также, как и λ_k , образуют множество значений $\beta_1 < \beta_2 < \dots < \beta_\infty$.

Найденные по формулам (16), (23) функции подставляем в решение (11) и учитывая

формулу (28), находим функцию $c_k(\zeta, x)$, являющейся частным решением уравнения (10):

$$c_k(\zeta, x) = c_k(\zeta) \cdot c_k(x) = a_k \cdot J_0(\zeta) \cdot e^{-\frac{D}{v} \left(\frac{\beta_k}{r_0}\right)^2 x}, \quad (30)$$

которое соответствует лишь одному собственному числу β_k . Другому собственному числу, например, β_i соответствует функция $c_i(\zeta, x)$. Таким образом, каждому собственному значению β_k соответствует своя функция, которая называется собственной функцией $c_k(\zeta, x)$. В совокупности собственные функции $c_1(\zeta, x), c_2(\zeta, x), \dots, c_\infty(\zeta, x)$ образуют полную систему функций, и поэтому общее решение уравнения (10) представляется в виде ряда Дини — Бесселя:

$$c(\zeta, x) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k(\zeta, x) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cdot J_0(\zeta) \cdot e^{-\frac{D}{v} \left(\frac{\beta_k}{r_0}\right)^2 x}, \quad (31)$$

каждый член которого является собственной функцией.

Входящая в выражение (31) величина a_k является постоянной, образованной как $a_n = A_n \times C_n$. Для определения a_k воспользуемся граничным условием (17), в которое подставим выражение (31) и учтем формулы (18) и (28). В результате получим следующее выражение:

$$\psi(r) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cdot J_0\left(\frac{\beta_k r}{r_0}\right). \quad (32)$$

Далее умножим обе части (32) на величину $r \cdot J_0\left(\frac{\beta_k r}{R}\right)$ и проинтегрируем в пределах отрезка $r \in [0; r_0]$:

$$\int_0^{r_0} \psi(r) \cdot r \cdot J_0\left(\frac{\beta_k r}{r_0}\right) dr = \int_0^{r_0} \left[\sum_{k=1}^{\infty} a_k \cdot J_0\left(\frac{\beta_k r}{r_0}\right) \right] J_0\left(\frac{\beta_k r}{r_0}\right) \cdot r \cdot dr. \quad (33)$$

Поскольку концентрация реагирующего газа перед началом процесса ($t = 0$) в точке $x = 0$ постоянна и равна c_0 , то из условия (17) следует, что $\psi(r) = c_0$. Тогда интеграл в левой части уравнения (33) будет равен [14]:

$$I_1 = \int_0^{r_0} c_0 \cdot r \cdot J_0\left(\frac{\beta_k r}{r_0}\right) dr = c_0 \int_0^{r_0} r \cdot J_0\left(\frac{\beta_k r}{r_0}\right) dr = c_0 \frac{r_0^2}{\beta_k} J_1(\beta_k). \quad (34)$$

Интеграл в правой части (33) найдем, используя свойство ортогональности функций Бесселя:

$$I_2 = \int_0^{r_0} a_k J_0^2\left(\frac{\beta_k r}{r_0}\right) r dr = a_k \frac{r_0^2}{2} \left[J_0^2(\beta_k) + J_1^2(\beta_k) \right]. \quad (35)$$

Далее, из уравнения (29) выразим функцию $J_1(\beta_k)$:

$$J_1(\beta_k) = \frac{\kappa \cdot r_0}{\beta_k D} J_0(\beta_k) \quad (36)$$

и подставим в (34), (35):

$$I_1 = c_0 \frac{\kappa \cdot r_0}{D} \frac{r_0^2}{\beta_k^2} J_0(\beta_k),$$

$$I_2 = a_k \frac{r_0^2 J_0^2(\beta_k)}{2\beta_k^2} \left[\beta_k^2 + \left(\frac{\kappa \cdot r_0}{D} \right)^2 \right], \quad (37)$$

а интегралы (37) подставим в уравнение (33) и после преобразований находим постоянную a_k :

$$a_k = \frac{2c_0 \frac{\kappa \cdot r_0}{D}}{J_0(\beta_k) \left[\beta_k^2 + \left(\frac{\kappa \cdot r_0}{D} \right)^2 \right]},$$

с учетом которой решение (31) представляется в виде:

$$c\left(\frac{\beta_k r}{r_0}, x\right) = 2c_0 \frac{\kappa \cdot r_0}{D} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-\beta_k^2 \frac{D}{\nu \cdot r_0} \frac{x}{r_0}} J_0\left(\frac{\beta_k r}{r_0}\right)}{\left[\beta_k^2 + \left(\frac{\kappa \cdot r_0}{D} \right)^2 \right] J_0(\beta_k)}. \quad (38)$$

Здесь и далее мы учитываем, что, в соответствии с формулами (18) и (28) переменную ζ удобно представить в виде $\zeta = \beta_k \times r/r_0$.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Формула (38) устанавливает закономерности формирования концентрационного поля реагирующего газа внутри фильтрационного канала, находящегося в угольном пласте. На основе формулы (38) выполнены вычислительные процедуры и построены графики, при следующих исходных данных: $r_0 = 5 \times 10^{-3}$ м; $c_0 = 0,23$ кг/м³; $D = 1,4 \times 10^{-5}$ м²/с; $\nu = 1,5$ м/с; $\kappa_0 = 3,5 \times 10^3$ м/с; $E = 71,25 \times 10^3$ Дж/моль; $R = 8,314$ Дж/(моль \times К); $T = 848^\circ$ К.

Вычислительные процедуры начинаем с вычисления по формуле (26) константы скорости реакции $\kappa = 0,143$ м/с. Затем вычисляем безразмерную величину $\kappa \times r_0/D = 51,043$, с учетом которой уравнение (29) представляется в виде:

$$\beta_k J_1(\beta_k) = 51,043 \cdot J_0(\beta_k). \quad (39)$$

Поскольку уравнение (39) является трансцендентным, то найти его корни можно только приближенно. Здесь мы использовали графический метод, для чего сформировали функцию

$$Y(\beta) = \beta J_1(\beta) - 51,043 \cdot J_0(\beta) \quad (40)$$

и построили ее график (рис. 1).

Точки пересечения графика с осью абсцисс представляют собой корни уравнения (39).

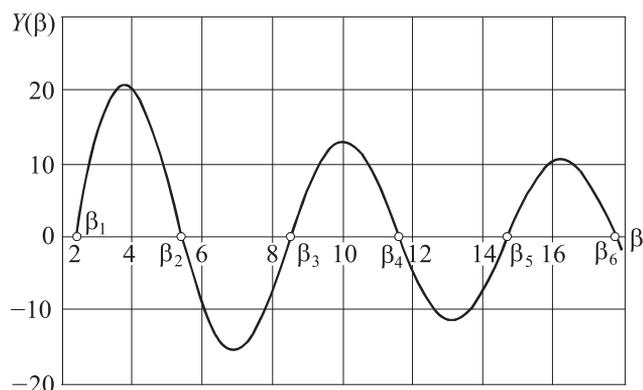


Рис. 1. К определению корней трансцендентного уравнения (39)

В статье найдены шесть первых корней: $\beta_1 = 2,358$; $\beta_2 = 5,413$; $\beta_3 = 8,487$; $\beta_4 = 11,567$; $\beta_5 = 14,649$; $\beta_6 = 17,734$.

Далее выполним анализ скорости сходимости ряда (38), для чего подставим в него найденные корни β_1, β_2, \dots , исходные и вычисленные данные и построим графики зависимости концентрации реагирующего газа при различном количестве членов ряда (38).

На рис. 2 показаны графики искомой функции $c(r)|_{x=0,15\text{м}}$, построенные при различном количестве удержанных членов в (38), которые показывают, что ряд (38) быстро сходится, поскольку разница в значениях функции $c(r, x)$, вычисленных при удержании в (38) двух ($k = 2$) и трех ($k = 3$) членов мало отличаются друг от друга. А при удержании четырех

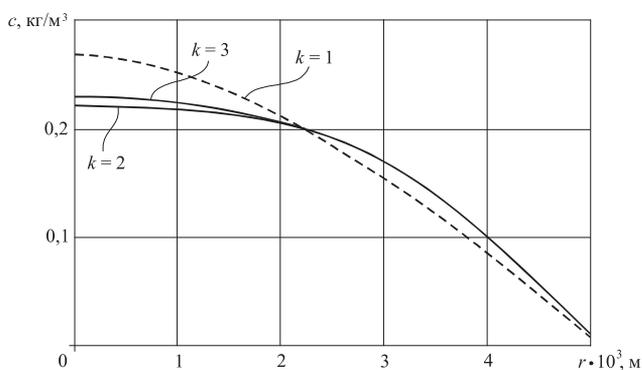


Рис. 2. Графики искомой функции $c(r)$ на расстоянии $x = 0,15$ м от начала координат, построенные при различном количестве удерживаемых членов в ряде (38)

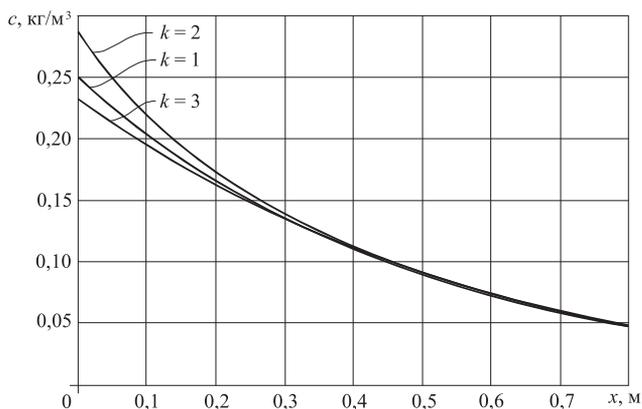


Рис. 3. Графики искомой функции $c(x)$ при $r = 0,5r_0$, построенные при различном количестве удерживаемых членов в ряде (38)

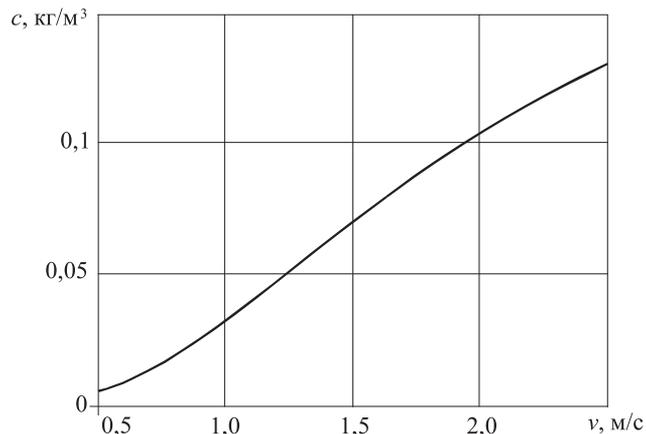


Рис. 4. График функции $c(x)$ от скорости реагирующего газа в точке с координатами $x = 0,75$ м, $r = 0,25 \times r_0$

членов ряда ($k = 4$) полученное значение искомой функции совпадает со значением, полученным при $k = 3$.

Аналогично графики функции $c(x)|_{r=0,5r_0}$ показывают (рис. 3), что для определения ее значений достаточно удержать в (38) только три члена ряда ($k = 3$), поскольку при удержании четырех членов ($k = 4$) полученные значения не отличаются от значений при $k = 3$. На рис. 2 и рис. 3 графики искомой функции, построенные при $k = 3$ и $k = 4$, сливаются.

Анализ графиков, представленных на рис. 2, рис. 3, показывает, что искомая функция $c(x, r)$, характеризующая концентрацию реагирующего газа в угольном канале, нелинейно уменьшается как по мере приближения к стенкам канала, так и по мере удаления от торцевого сечения вглубь канала. При этом график функции $c(r)|_{x=0,15\text{м}}$ представляет собой выпуклую кривую, а график функции $c(x)|_{r=0,5r_0}$ — экспоненциальную кривую.

Дальнейший анализ показал, что концентрация реагирующего газа существенно зависит от скорости его течения, с ростом которой концентрация заметно увеличиваются (рис. 4).

При этом график функции $c(v)$ представляет собой слабо изогнутую кривую, имеющую участок вогнутости $v \in [0,5 \text{ м/с}; 1,45 \text{ м/с}]$ и участок выпуклости $v \in [1,45 \text{ м/с}; 2,5 \text{ м/с}]$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

— рассмотрена краевая задача, для уравнения эллиптического типа, описывающая стационарное осесимметричное течение реагирующего газа в угольном канале, расположенном в трещиноватом угольном массиве;

— с помощью метода разделения переменных построено решение краевой задачи в виде ряда, члены которого содержат экспоненциальные функции и функции Бесселя первого рода нулевого порядка;

— выполненные в статье вычислительные процедуры позволили установить, что в полученном ряде достаточно удерживать

только первые три члена, чтобы получить необходимую точность при определении искомой функции;

— построенные графики искомой функции, представляющей собой концентрацию реагирующего газа в угольном канале, показывают, что концентрация нелинейно уменьшается как по мере приближения к стенкам канала, так и по мере удаления от торцевого сечения вглубь канала.

— с увеличением скорости течения в угольном канале реагирующего газа его концентрация значительно увеличивается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Линденау Н. И., Маевская В. М., Крылов В. Ф. Происхождение, профилактика и тушение эндогенных пожаров в угольных шахтах. М.: Недра, 1977. 320 с.
2. Глузберг Е. И. Теоретические основы прогноза и профилактики шахтных эндогенных пожаров. М.: Недра, 1986. 161 с.
3. Веселовский В. С., Виноградова Л. П., Орлеанская Г. Л. и др. Физические основы самовозгорания угля и руд. М.: Наука, 1972. 148 с.
4. Un L. K., Cherdantsev S. V., Popov V. B., Shlapakov P. A., Erastov A. Yu. Electrical Prospecting to Detect Places of Spontaneous Heating in Olzherasskaya-Novaya Coal // Journal of Mining Science. 2017. Vol. 53. P. 191–196.
5. Шлапаков П. А., Ерастов А. Ю., Хаймин С. А., Лебедев К. С., Колыхалов В. В., Шлапаков Е. А. Эндогенная пожаробезопасность на угольных предприятиях Кузбасса. // Вестник Научного центра ВостНИИ по промышленной и экологической безопасности. 2019. № 1. С. 14–21.
6. Канторович Б. В. Основы теории горения и газификации твердого топлива. М.: Книга по требованию, 2013. 601 с.
7. Виленский Т. В., Хзмалян Д. М. Динамика горения пылевидного топлива. М.: Энергия, 1978. 248 с.
8. Черданцев С. В., Шлапаков П. А., Ерастов А. Ю., Хаймин С. А., Лебедев К. С., Колыхалов В. В., Шлапаков Е. А. Моделирование процесса молекулярной диффузии реагирующего газа к покоящейся грубодисперсной угольной частице в горной выработке // Вестник Научного центра ВостНИИ по промышленной и экологической безопасности. 2017. № 4. С. 13–21.
9. Черданцев С. В., Шлапаков П. А., Голоскоков С. И., Колыхалов В. В. Квазистационарная задача о концентрационном поле реагирующего газа в окрестности горячей угольной частицы // Безопасность труда в промышленности. 2022. № 3. С. 7–13.
10. Черданцев С. В., Шлапаков П. А., Голоскоков С. И., Лебедев К. С., Ерастов А. Ю. Нестационарное концентрационное поле реагирующего газа в окрестности горячей угольной частицы // Сибирский журнал вычислительной математики. Т. 26. № 1. С. 101–114.
11. Лыков А. В. Тепломассообмен. М.: Энергия, 1978. 480 с.
12. Бермант А. Ф., Араманович И. Г. Краткий курс математического анализа: Учебник для вузов. 11-е изд., стер. СПб.: Издательство Лань, 2005. 736 с.
13. Аржаников Н. С., Садекова Г. С. Аэродинамика больших скоростей. М.: Высшая школа, 1965. 562 с.
14. Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. Уравнения в частных производных математической физики. М.: Высшая школа, 1970. 712 с.

UDC 622.272:516.02

© S.V. Cherdantsev, P.A. Shlapakov, E.A. Shlapakov, K.S. Lebedev, A.Y. Erastov,
V.V. Kolykhalov, S.A. Khaimin, 2024

S.V. CHERDANTSEV

Doctor of Engineering Sciences,
Chief Researcher
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e-mail: svch01@yandex.ru

P.A. SHLAPAKOV

Candidate of Engineering Sciences,
Head of Laboratory
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e-mail: shlapak1978@mail.ru

E.A. SHLAPAKOV

Researcher
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e-mail: lairxx@yandex.ru

K.S. LEBEDEV

Senior Research Associate
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e-mail: lebedevks1987@yandex.ru

A.Yu. ERASTOV

Senior Research Associate
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e-mail: erastov_a_y@mail.ru

V.V. KOLYKHALOV

Senior Research Associate
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e-mail: X77kem@mail.ru

S.A. KHAYMIN

Senior Research Associate
JSC «NC VostNII», Kemerovo
e-mail: hsa007@mail.ru

THE FLOW OF REACTING GAS IN THE FILTRATION CHANNEL OF THE COAL MASSIF

The article considers a boundary-value stationary problem describing the patterns of changes in the concentration of reacting gas in a cylindrical channel located in a fractured coal massif. The solution of the problem is constructed by the method of separation of variables and is expressed using eigenfunctions, and the corresponding eigenvalues are the roots of the transcendental equation. After finding the first four roots of this equation, the corresponding eigenfunctions are determined graphically, from which the Dini – Bessel series is formed, which represents the desired solution to the boundary value problem of the concentration

of the reacting gas. The convergence rate of the obtained solution is investigated, graphs are constructed, the analysis of which allowed us to establish some patterns of the flow of the reacting gas in the coal channel.

Keywords: COAL CHANNEL, REACTING GAS CONCENTRATION, MOLECULAR DIFFUSION, CONVECTIVE MASS TRANSFER, STATIONARY DIFFUSION EQUATION, VARIABLE SEPARATION METHOD, BESSEL FUNCTIONS, DINI – BESSEL SERIES, EIGENVALUES AND EIGENFUNCTIONS.

REFERENCES

1. Lindenau N. I., Mayevskaya V. M., Krylov V. F. Origin, prevention and extinguishing of endogenous fires in coal mines. Moscow: Nedra, 1977. 320 p. [In Russ.].
2. Gluzberg E. I. Theoretical foundations of prediction and prevention of mine endogenous fires. M.: Nedra, 1986. 161 p. [In Russ.].
3. Veselovsky V. S., Vinogradova L. P., Orleanskaya G. L., etc. The physical foundations of spontaneous combustion of coal and ores. M.: Nauka, 1972. 148 p. [In Russ.].
4. Un L. K., Cherdantsev S. V., Popov V. B., Shlapakov P. A., Erastov A. Yu. Electrical Prospecting to Detect Places of Spontaneous Heating in Olzherasskaya-Novaya Coal // Journal of Mining Science. 2017. Vol. 53. P. 191–196.
5. Shlapakov P. A., Erastov A. Yu., Khamin S. A., Lebedev K. S., Kolykhalov V. V., Shlapakov E. A. Endogenous fire safety at Kuzbass coal enterprises // Bulletin of the VostNII Scientific Center for Industrial and Environmental Safety [Vestnik Nauchnogo tsentra VostNII po promyshlennoy i ekologicheskoy bezopasnosti]. 2019. No. 1. P. 14–21. [In Russ.].
6. Kantorovich B. V. Fundamentals of the theory of combustion and gasification of solid fuels. M.: Book on demand, 2013. 601 p. [In Russ.].
7. Vilensky T. V., Khzmalyan D. M. Dynamics of combustion of pulverized fuel. M.: Gorenje, 1978. 248 p. [In Russ.].
8. Cherdantsev S. V., Shlapakov P. A., Erastov A. Yu., Khaimin S. A., Lebedev K. S., Kolykhalov V. V., Shlapakov E. A. Modeling of the process of molecular diffusion of a reacting gas to a resting coarse-dispersed coal particle in a mining operation // Bulletin of the VostNII Scientific Center for Industrial and Environmental Safety [Vestnik Nauchnogo tsentra VostNII po promyshlennoy i ekologicheskoy bezopasnosti]. 2017. No. 4. P. 13–21. [In Russ.].
9. Cherdantsev S. V., Shlapakov P. A., Goloskokov S. I., Kolykhalov V. V. Quasi-stationary problem of the concentration field of a reacting gas in the vicinity of a burning coal particle // Occupational safety in industry [Bezopasnost truda v promyshlennosti]. 2022. No. 3. P. 7–13. [In Russ.].
10. Cherdantsev S. V., Shlapakov P. A., Goloskokov S. I., Lebedev K. S., Erastov A. Yu. Nonstationary concentration field of a reacting gas in the vicinity of a burning coal particle // Siberian Journal of Computational Mathematics [Sibirskiy zhurnal vychislitelnoy matematiki]. Vol. 26. No. 1. P. 101–114. [In Russ.].
11. Lykov A. V. Heat and mass transfer. M.: Energiya, 1978. 480 p. [In Russ.].
12. Bermant A. F., Aramanovich I. G. A short course in mathematical analysis: Textbook for universities. 11th ed., St. Petersburg: Lan Publishing House, 2005. 736 p. [In Russ.].
13. Arzhanikov N. S., Sadekova G. S. High-speed aerodynamics. M.: Higher School, 1965. 562 p. [In Russ.].
14. Koshlyakov N. S., Gliner E. B., Smirnov M. M. Partial differential equations of mathematical physics. Moscow: Higher School, 1970. 712 p. [In Russ.].